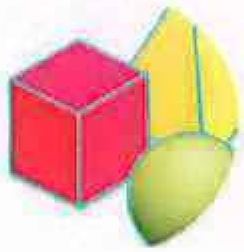
APAKAH MATEMATIKA ITU?

Matematika adalah ilmu yang mempelajari hubungan antara ukuran, bidang, dan besaran dengan menggunakan simbol-simbol dan bilangan. Di dalam buku ini, matematika dibagi menjadi 4 bagian, yaitu:

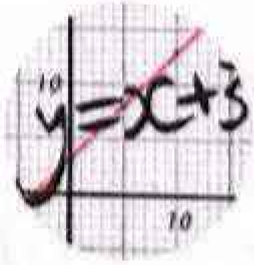
Bilangan

Bab ini membahas beberapa jenis bilangan yang berbeda serta menunjukkan cara perhitungan matematika sebagai salah satu bagian penting dalam kehidupan sehari-hari.



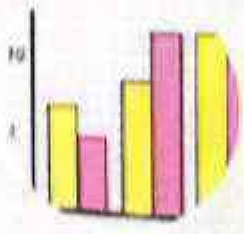
Bidang, ruang, dan pengukuran

Bab ini membahas mengenai bentuk-bentuk benda di sekitar kita serta cara pengukurannya termasuk ukuran panjang, berat, dan volume.



Aljabar

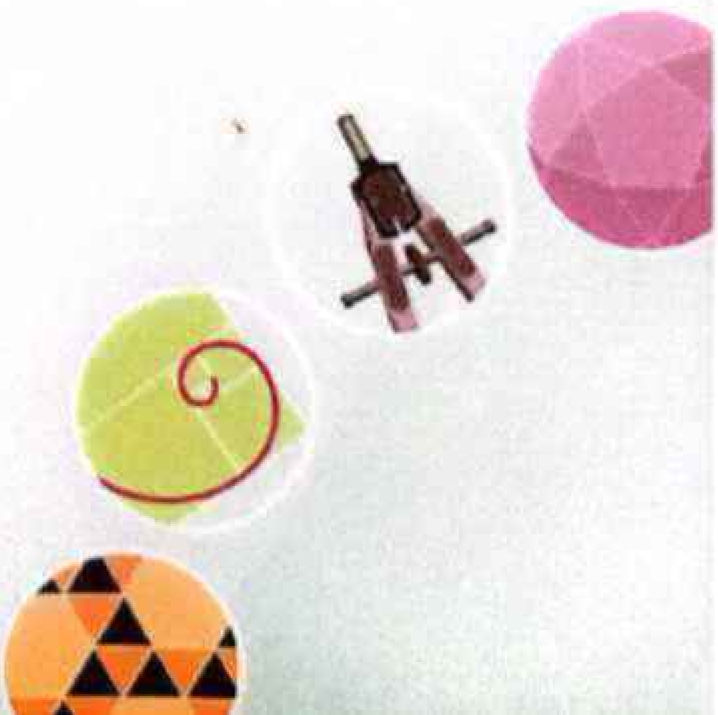
Aljabar merupakan bagian dari ilmu matematika yang menggunakan simbol dan huruf untuk menyatakan bilangan dan menunjukkan hubungan-hubungan yang ada dalam bilangan-bilangan tersebut. Bab ini meliputi beberapa metode penyederhanaan dan penyelesaian persamaan aljabar, termasuk menggambar dan menginterpretasikan grafik.



Penanganan data

Bab ini menjelaskan beberapa cara yang berbeda dalam mengumpulkan dan menganalisis informasi. Selain itu, bab ini juga menjelaskan cara menampilkan data yang dihasilkan dalam bentuk grafik, daftar, dan tabel.

DAFTAR ISI



TAUTAN INTERNET

Kami telah memilih beberapa tautan internet untuk setiap bahasan yang terdapat di dalam buku ini. Tautan internet tersebut dapat digunakan sebagai sarana untuk berlatih serta memahami lebih jauh mengenai topik-topik yang dipelajari. Tautan internet yang dapat dibuka adalah *Usborne Quicklinks* yaitu **www.usborne-quicklinks.com** dengan menggunakan kata kunci "maths dictionary". Dari tautan internet tersebut, kita bisa membuka banyak tautan yang berhubungan dengan topik-topik matematika.

Ada beberapa hal yang dapat dilakukan dengan tautan internet tersebut, yaitu:

- Menggunakan teka-teki, kuis, dan permainan matematika untuk menguji dan meningkatkan kemampuan
- Menjelajahi ke dunia angkasa yang luas hingga ke bagian terdalam atom dengan menggunakan matematika untuk menunjukkan besarnya jarak (angkasa) yang dijelajahi
- Mengendalikan mobil dengan cara mengubah besaran jarak dan arah vektor
- Mengecek kemajuan yang dialami menggunakan lembar kerja online dan periksa jawabannya secara langsung
- Mempelajari cara menggunakan trik matematika untuk menyelesaikan perhitungan yang sulit
- Mencari contoh dan penjelasan lebih lanjut untuk lebih memahami bahasan yang dipelajari

Bagaimana cara mengakses

Untuk mengunjungi beberapa tautan internet yang direkomendasikan dalam setiap bahasan di dalam buku ini, bukalah **Usborne Quicklinks** dengan alamat **www.usborne-quicklinks.com** dan masukkan kata kunci "maths dictionary", lalu ikuti instruksi selanjutnya.

Keamanan penggunaan internet

Ketika menggunakan koneksi internet, kita harus memperhatikan beberapa hal sebagai berikut:

- Anak-anak harus terlebih dulu mendapatkan izin sebelum menggunakan koneksi internet
- Jika hendak mengirimkan pesan menggunakan internet, jangan menggunakan detail informasi pribadi seperti nama lengkap serta alamat atau nomor telepon. Tanyakan terlebih dahulu kepada orang yang lebih berpengalaman sebelum mengirimkan alamat email
- Jika situs meminta kamu untuk melakukan log in atau registrasi dengan menggunakan nama atau alamat email, minta izin terlebih dahulu kepada orang tua
- Jika kamu mendapatkan email dari seseorang yang tidak kamu ketahui, beritahukan orang tua dan jangan membalas email tersebut
- Jangan pernah membuat janji untuk bertemu dengan siapapun yang terhubung melalui internet

Ketersediaan situs

Jaringan *Usborne Quicklinks* selalu diperbarui secara teratur, tapi terkadang kamu akan mendapatkan pesan bahwa tautan internet tidak dapat terhubung. Hal ini biasanya bersifat sementara, bisa dicoba lagi kemudian. Jika tautan internet tersebut ditutup, bila memungkinkan, kami akan menggantikannya dengan tautan internet alternatif yang sesuai sehingga kamu akan selalu bisa memperbarui tautan internet di *Usborne Quicklinks*.

Menggunakan internet

Pada umumnya, sebagian besar tautan internet yang ada di dalam buku ini dapat diakses dengan menggunakan komputer standar dan perambah internet (perangkat lunak yang bisa digunakan untuk menjelajahi internet).

Tambahan

Beberapa tautan internet membutuhkan program tambahan yang disebut *plug-in* untuk memutar audio video atau animasi gambar 3 dimensi. Jika kamu tidak memiliki *plug-in* pada saat menjelajahi sebuah situs yang membutuhkan program tersebut, maka secara otomatis akan muncul pesan di layar komputer. Biasanya terdapat sebuah tombol pada tautan internet tersebut yang dapat diklik (digunakan) untuk mengunduh *plug-in*. Alternatifnya, pilih "Net help" pada tautan internet **www.usborne-quicklinks.com**. Dengan cara itu kamu dapat mencari tautan internet untuk mengunduh *plug-in*. Berikut ini beberapa *plug-in* yang mungkin kamu butuhkan:

RealOne™ Player - digunakan untuk memutar audio video

QuickTime - digunakan untuk memutar video klip

Flash™ - digunakan untuk memutar animasi

Shockwave® - digunakan untuk memutar animasi dan program-program interaktif

Bantuan

Sebagai bantuan umum ketika menggunakan internet, pilih "Net Help" pada tautan internet **www.usborne-quicklinks.com**. Untuk bantuan lebih lanjut, pilih "Help" yang ada pada bagian atas browser, lalu pilih "Daftar Isi dan Indeks". Kamu akan menemukan konten bantuan yang berisi tips-tips yang memudahkan dalam penggunaan internet.

Virus komputer

Virus komputer merupakan program aplikasi yang sangat berbahaya karena dapat merusak sistem komputer. Sebuah virus dapat masuk ke dalam komputer ketika mengunduh program dari internet atau masuk dalam bentuk lampiran (file tambahan) melalui email. Kami sangat merekomendasikan agar kamu membeli perangkat lunak anti virus dan memperbaruinya secara teratur untuk melindungi semua sistem dan file komputer kamu. Untuk informasi lebih lanjut mengenai virus, pilih "*Net Help*" pada tautan internet *Usborne Quicklinks*.

Hal yang harus diperhatikan orang tua dan wali

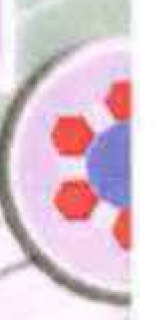
Tautan internet Usborne Quicklinks selalu diperbarui secara teratur. Namun, isi sebuah tautan internet bisa berubah setiap saat dan Usborne tidak bertanggung jawab terhadap semua isi yang tidak dikeluarkan oleh Usborne.

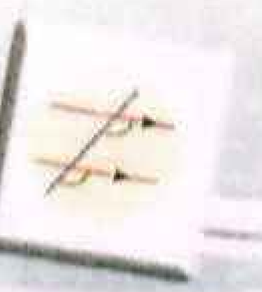
Kami pun merekomendasikan agar orang tua dan wali selalu mendampingi anak-anaknya ketika mengakses internet, sehingga mereka tidak menggunakan *chat room* dan tidak dapat mengakses tautan internet yang dilarang. Pastikan bahwa anak-anak Anda membaca dan mengikuti semua panduan dan petunjuk yang ada.

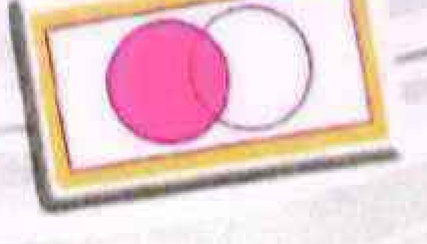
Untuk informasi lebih lanjut dapat dilihat di menu "Net Help" pada tautan internet *Usborne Quicklinks*.

Komputer bukan merupakan kebutuhan yang mendasar

Jangan khawatir jika kamu tidak memiliki akses internet, karena buku ini cukup lengkap.
Buku referensi ini dapat digunakan untuk belajar mandiri.







BILANGAN

Bilangan merupakan komponen dasar matematika. Beberapa bilangan memiliki sifat tersendiri dan dapat dikelompokkan ke dalam sebuah himpunan.

Digit

Digit merupakan angka dalam sebuah bilangan (Hindu – Arab): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Sistem bilangan

Cara yang umum digunakan dalam melakukan perhitungan adalah sistem bilangan dengan basis 10 yaitu 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Sistem bilangan tersebut dapat disusun menjadi sebuah bilangan yang memiliki nilai. Sistem bilangan basis 10 merupakan sistem bilangan yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Dasar pemikiran penggunaan basis 10 adalah manusia menggunakan 10 jari tangan dan 10 jari kaki sebagai alat bantu hitung. Sementara itu, sistem biner (sistem bilangan basis 2) yang hanya terdiri atas angka 0 dan angka 1 digunakan dalam sistem komputer.

Bilangan bulat

Bilangan bulat terdiri dari bilangan positif, bilangan negatif, dan nol.
Contoh: –11, –4, 0, 3, 8, 12

Bentuk pecahan, desimal, dan pecahan campuran bukan merupakan bilangan bulat.
Jadi, $3\frac{1}{2}$, 0,32 , $6\frac{5}{8}$ bukan merupakan bilangan bulat.

✓
–4
3 8
–11

Bilangan Bulat

✗
0,32
6⁵/₈ ½

Bukan bilangan bulat

Bilangan asli

Bilangan asli merupakan bilangan bulat positif yang digunakan untuk menghitung.
Contoh: 1, 2, 3, 4
Bilangan asli dapat dijumlahkan, dikurangi, dikalikan, dan dibagi (lihat halaman 14–15).

Bilangan berurut

Bilangan berurut merupakan bilangan yang tersusun dengan bilangan selanjutnya.
Contoh: 4, 5, 6, 7, 8, ...

Nilai tempat

Nilai sebuah digit bergantung pada posisi yang dimiliki oleh suatu bilangan. Sebagai contoh, angka 12, 205, dan 2.600 merupakan bilangan yang sama-sama memiliki digit 2, namun digit 2 memiliki posisi yang berbeda sehingga memiliki nilai yang berbeda. Pada angka 12, digit 2 merupakan satuan. Pada angka 205, digit 2 merupakan ratusan (dua ratus). Sedangkan angka 2.600, digit 2 merupakan ribuan (dua ribu). Kenaikan nilai untuk setiap digit adalah kelipatan 10 untuk setiap pergeseran digit ke kiri dan turun kelipatan 10 untuk setiap pergeseran digit ke kanan.

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan		Per Sepuluh	Per Seratus
0	2	0	5	,	0	0

Koma (desimal)*

Pada diagram di atas dapat dilihat bahwa pada angka 205, digit 2 menunjukkan ratusan, digit 0 menunjukkan puluhan, digit 5 menunjukkan satuan. Digit nol yang terdapat di depan digit terluar (dalam hal ini digit 2) dapat diabaikan.

Bilangan Desimal 19; Pecahan 17; Pecahan Campuran 18; Pangkat 21; Nilai Sisa 15; Angka Penting 9.

Bilangan positif
Bilangan positif merupakan bilangan yang terdiri atas angka-angka lebih besar dari nol.

Contoh: +1, +6,5 , +327

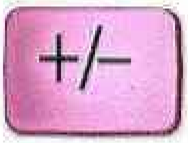
Bilangan positif dapat ditulis dengan simbol plus (+) di depan angka, tapi biasanya ditulis tanpa simbol plus. Setiap bilangan tanpa tanda plus di depan angka diasumsikan sebagai bilangan positif.

Bilangan negatif
Bilangan negatif merupakan bilangan yang terdiri atas angka-angka lebih kecil dari nol.

Contoh: –3, –21, 8, –40

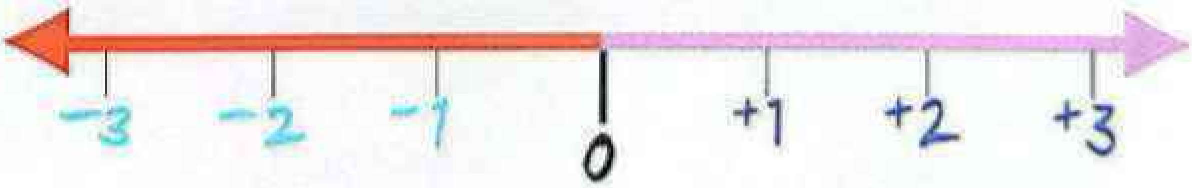
Bilangan negatif selalu ditulis dengan menggunakan simbol minus (–) di depan angka.

*Salah satu alat yang menggunakan **bilangan positif** dan **bilangan negatif** dalam kehidupan sehari-hari adalah termometer (alat pengukur suhu). Jika suhu turun di bawah 0°C atau di bawah 0°F, maka pengukurannya menggunakan bilangan negatif.*



Gunakan tombol +/– pada kalkulator untuk mengubah bilangan positif menjadi bilangan negatif

Bilangan berarah
Semua bilangan positif dan negatif merupakan bilangan berarah dan dapat dituliskan dengan garis bilangan seperti pada gambar di bawah ini. Bilangan berarah memiliki peranan yang sangat penting dalam menentukan arah perhitungan yang diukur dari nol.



Bilangan genap
Bilangan genap merupakan semua **bilangan bulat** yang dapat dibagi oleh 2 tanpa meninggalkan sisa.

Contoh: –2, 2, 4, 6

Semua bilangan bulat yang diakhiri dengan angka 0, 2, 4, 6, 8 adalah bilangan genap. Angka: 114, 2.748, 357.196 adalah contoh bilangan genap.

Bilangan ganjil
Bilangan ganjil merupakan semua **bilangan bulat** yang tidak bisa dibagi dengan 2 tanpa meninggalkan sisa.

Contoh: –1, 1, 3, 5

Semua bilangan bulat yang diakhiri dengan angka 1, 3, 5, 7, 9 adalah bilangan ganjil. Angka 47, 579, 82.603 adalah contoh bilangan ganjil.

Bilangan prima
Bilangan prima adalah semua bilangan yang hanya bisa dibagi dengan 1 dan bilangan itu sendiri. Sepuluh bilangan prima pertama adalah:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Anggota bilangan prima tidak terbatas, sehingga tidak memiliki akhir.

Ada 2 hal penting untuk diingat:

- 1 bukan merupakan bilangan prima
- 2 merupakan **satu-satunya** bilangan genap yang juga merupakan bilangan prima

Bilangan komposit
Bilangan komposit adalah semua bilangan yang bukan bilangan prima.

Contoh: 6, 9, 20, 27

Bilangan kuadrat

Bilangan kuadrat adalah bilangan yang merupakan hasil dari perkalian suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri. (seringkali disebut **mengkuadratkan** bilangan).

Contoh: $4 \times 4 = 16$
$7 \times 7 = 49$
$-5 \times -5 = 25$

Sepuluh bilangan kuadrat pertama adalah:

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100

Daftar bilangan kuadrat tidak terbatas dan dapat direpresentasikan dengan satuan dalam kuadrat.


16

Angka 16 merupakan bilangan kuadrat yang dapat dinyatakan dengan pola titik berbentuk persegi dengan ukuran 4×4


49

Angka 49 merupakan bilangan kuadrat yang dapat dinyatakan dengan pola titik berbentuk persegi dengan ukuran 7×7

Bilangan segitiga

Bilangan segitiga adalah sebuah bilangan yang merupakan hasil penjumlahan dari bilangan asli yang berurutan.

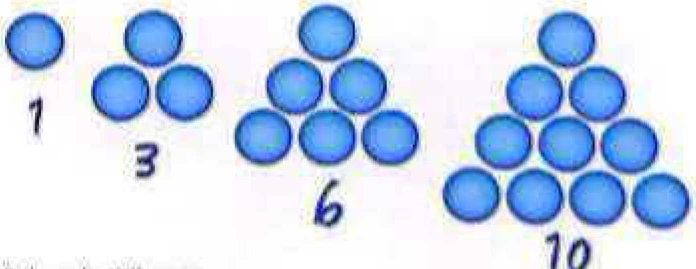
Contoh: $1 = 1$
$1 + 2 = 3$
$1 + 2 + 3 = 6$
$1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Bilangan-bilangan ini dapat diwakilkan oleh satuan dalam segitiga. Setiap segitiga baru dapat dibentuk dengan menambahkan baris baru dari titik-titik yang berasal dari bentuk segitiga sebelumnya.

Sepuluh bilangan segitiga pertama adalah:

1 3 6 10 15 21 28 36 45 55

Daftar bilangan segitiga tidak terbatas.



Pola-pola titik yang merepresentasikan bilangan segitiga 1, 3, 6, dan 10.

Bilangan kubik (bilangan pangkat tiga)

Bilangan pangkat tiga adalah bilangan positif yang merupakan hasil perkalian dari suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri yang kemudian kembali dikalikan dengan bilangan yang sama. (Hal ini dinamakan memangkatkan bilangan dengan pangkat tiga)

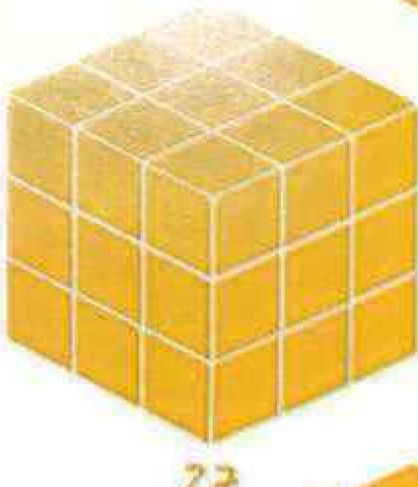
Contoh: $4 \times 4 \times 4 = 64$

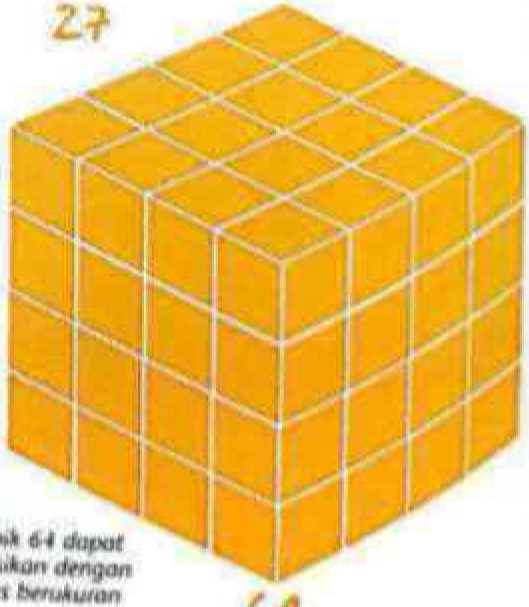
Sepuluh bilangan pangkat tiga pertama adalah:

1 8 27 64 125 216 343 512 729 1.000

Daftar bilangan pangkat tiga tidak terbatas. Bilangan pangkat tiga dapat direpresentasikan dalam satuan pada sebuah kubus.


8


27


64

Bilangan kubik 64 dapat direpresentasikan dengan sebuah kubus berukuran $4 \times 4 \times 4$

Bilangan Desimal 19; **Penyebut** 17; **Bilangan** 6; **Pecahan** 17; **Bilangan Negatif** 7; **Pembilang** 17; **Pi** 66; **Nilai Posisi Bilangan** 6; **Bilangan Positif** 7; **Desimal Berulang** 19; **Pembulatan** 16; **Himpunan** 12; **Akar Kuadrat** 11; **Penjumlahan** 14 **(Penambahan)**; **Desimal Hingga** 19.

Palindrom
Palindrom adalah bilangan yang terdiri atas angka-angka yang dibaca sama dari kiri ke kanan dan dari kanan ke kiri, contoh: 23432.

Bilangan pandigital
Bilangan pandigital adalah bilangan yang terdiri atas masing-masing hanya satu angka dalam setiap digit, contoh: 2918653470.

Bilangan rasional
Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis sebagai sebuah pecahan dengan penyebut dan pembilangnya merupakan bilangan bulat. Bilangan bulat yang dimaksud bisa merupakan bilangan positif maupun bilangan negatif. Beberapa bentuk desimal berhingga (misalnya 50,856) dan beberapa bentuk desimal yang berulang (misalnya $0,\dot{3}$) dapat dituliskan dalam bentuk bilangan rasional.

Contoh: $50{,}856 = \frac{50.856}{1.000}$ $\quad 0{,}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Bilangan irasional
Bilangan irasional adalah bilangan yang bukan merupakan bilangan rasional dan tidak dapat ditulis dalam bentuk pecahan maupun bentuk desimal. Pada bentuk bilangan irasional, bentuk desimal tidak terbatas dan tidak terdapat pola pengulangan dalam bilangan tersebut. Pi (π) merupakan sebuah bilangan irasional yaitu 3,141592653...

Bilangan real
Bilangan real merupakan himpunan semua bilangan rasional dan bilangan irasional.

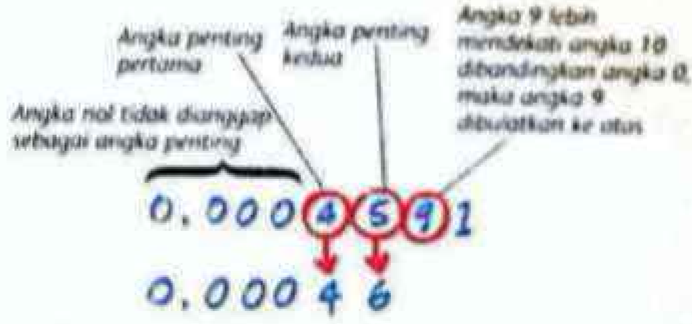
Akar pangkat 2 dari angka 2 (ditulis √2) merupakan sebuah **bilangan irasional**, *yaitu 1,414213562... dan seterusnya sampai tak hingga.*

Angka-angka penting
Angka-angka penting merupakan digit sebuah bilangan yang menunjukkan ukuran derajat ketepatan yang dimiliki. Angka pertama yang paling penting dalam sebuah bilangan adalah bentuk digit tidak nol. Angka bentuk ini memiliki nilai yang paling besar. Sebagai contoh, angka 4 dalam bilangan 4209 merupakan angka penting pertama karena angka 4 merepresentasikan ukuran ribuan (empat ribu sekian). Walaupun angka 9 merupakan digit yang memiliki nilai terbesar, namun dalam bilangan tersebut (4209) angka 9 hanya merepresentasikan satuan. Sehingga angka 9 merupakan angka penting yang memiliki nilai paling kecil. Angka nol yang berada setelah angka penting pertama juga merupakan angka penting dalam sebuah bilangan.

Jawaban yang dihasilkan dalam perhitungan matematika seringkali dibulatkan menjadi bilangan tertentu dalam bentuk angka penting (disingkat a.p.), contohnya 1 a.p., 2 a.p., atau 3 a.p.. Aturan baku digunakan dalam pembulatan bilangan (jika bilangan yang dibulatkan lebih besar dari angka 5, maka pembulatan yang dilakukan adalah pembulatan ke atas).

Sebagai contoh, jika 328.000 ditulis dalam bentuk 2 a.p., kita akan terlebih dahulu menuliskan angka 3, lalu menentukan apakah angka 2 akan dibulatkan ke atas atau tidak. Angka yang muncul setelah angka 2 adalah angka 8. Dalam hal ini angka 8 lebih mendekati angka 10 dibandingkan angka 0, maka bentuk 2 a.p. (angka 2) dibulatkan ke atas sehingga jawaban yang dihasilkan adalah 330.000

Aturan yang sama juga berlaku dalam bentuk bilangan desimal. Sebagai contoh, angka penting pertama dalam 0,0004591 adalah angka 4. Dalam hal ini angka 0 memiliki nilai karena terletak di bagian depan bentuk desimal. Namun angka 0 tidak dianggap sebagai angka penting. Jika bilangan tersebut (0,0004591) ditulis dalam bentuk 2 a.p., maka bentuk penulisannya adalah 0,00046.



Barisan

Sebuah bilangan yang mengikuti pola atau aturan tertentu disebut **barisan**. Setiap bilangan dalam suatu barisan disebut **suku** dari barisan. Jika pola dari sebuah barisan tidak diketahui, pola tersebut dapat dicari dengan memperhatikan pola dari bilangan-bilangan awal.

Barisan linear

Barisan linear adalah barisan yang naik atau turun dengan beda yang konstan. Sebagai contoh, rumus $2n - 1$ merupakan pola dari barisan:

1, 3, 5, 7, 9, 11...

Barisan di atas merupakan barisan linear naik dengan beda 2. Hal ini karena:

$(2 \times 1) - 1 = 1$
$(2 \times 2) - 1 = 3$
$(2 \times 3) - 1 = 5$... dan seterusnya.

Barisan kuadrat

Barisan kuadrat adalah barisan yang memiliki unsur kuadrat. Sebagai contoh, rumus $n^2 + 1$ merupakan pola barisan dari:

2, 5, 10, 17, 26...

Hal ini karena:

$1^2 + 1 = 2$
$2^2 + 1 = 5$
$3^2 + 1 = 10$... dan seterusnya.

Dalam beberapa kasus, sebuah aturan dapat ditunjukkan sebagai suatu rumus untuk suatu jenis barisan. Pada contoh di atas, kita dapat mencari bilangan ke-7 dari barisan tersebut yaitu dengan menggunakan aturan $n^2 + 1$ dan nilai $n = 7$,

$$7^2 + 1 = 49 + 1 = 50$$

Nilai dari semua bilangan dalam barisan tersebut dapat dicari dengan menggunakan aturan $n^2 + 1$.

Barisan Fibonacci

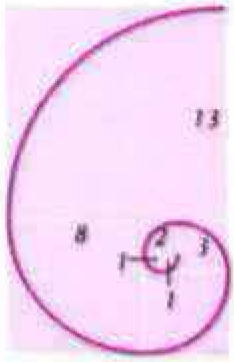
Bentuk barisan fibonacci adalah sebagai berikut

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...

Angka-angka dalam barisan Fibonacci diperoleh dengan menjumlahkan 2 angka sebelumnya (dimulai dari suku ke-3). Sebagai contoh, angka yang akan muncul setelah angka 13 merupakan penjumlahan dari 8 + 13, yaitu angka 21. Barisan yang mengikuti pola semacam ini disebut barisan Fibonacci.
Contoh: 7, 10, 17, 27...

Barisan Fibonacci seringkali muncul dalam kehidupan sehari-hari dan pertama kali diperkenalkan oleh Leonardo Fibonacci pada tahun 1202.

Barisan Fibonacci dapat kita lihat dalam pola bentuk spiral pada rumah siput. Kita dapat menggambar pola spiral rumah siput dengan menggunakan panjang sisi spiral yang mengikuti barisan (1, 1, 2, 3, 5, ...).



Dimulai dari kotak pertama, gambar kurva yang dimulai dari ujung kanan atas ke arah yang berlawanan, kemudian lanjutkan pola yang sama terhadap persegi-persegi yang tersisa.

Hasilnya adalah bentuk spiral yang terdapat pada rumah siput.

Segitiga Pascal atau Segitiga China

Angka terluar bilangan **segitiga Pascal** adalah angka 1. Dalam setiap baris pada segitiga pascal, angka 1 merupakan angka yang terletak pada awal dan akhir baris. Semua angka yang terdapat pada segitiga Pascal (selain angka 1) merupakan hasil penjumlahan 2 angka yang berada di atasnya. Sebagai contoh, 3 + 3 = 6. Bentuk segitiga semacam ini telah digunakan di China pada awal abad 13.

Lalu, bentuk segitiga tersebut dinamakan segitiga Pascal setelah seorang matematikawan Perancis bernama Blaise Pascal (1623 - 1662) memperkenalkannya pada kalangan matematikawan dunia barat. Sekarang ini, pola segitiga Pascal seringkali digunakan dalam menentukan peluang

Konstanta 15; Formula 15; Bilangan Negatif, Bilangan Positif, Bilangan Prima 7; Peluang 112; Himpunan 12; Penjumlahan 14

Kelipatan

Kelipatan dari sebuah bilangan merupakan hasil perkalian suatu bilangan dengan bilangan asli.
Contoh: $3 \times 2 = 6$ $3 \times 4 = 12$ $3 \times 6 = 18$
Jadi, 6, 12, dan 18 merupakan bilangan kelipatan 3.

Kelipatan persekutuan

Kelipatan persekutuan adalah bilangan yang merupakan anggota kelipatan dari 2 buah bilangan atau lebih.
Contoh:
2, 4, 6, 8, 10, dan 12 merupakan bilangan kelipatan 2.
3, 6, 9, 12, dan 15 merupakan bilangan kelipatan 3.
Jadi, kelipatan persekutuan 2 dan 3 dari himpunan di atas adalah 6 dan 12.

Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari 2 himpunan bilangan atau lebih adalah bilangan terkecil yang merupakan kelipatan persekutuan bilangan-bilangan tersebut. KPK dari 2 dan 3 adalah 6.

Faktor

Faktor sebuah bilangan adalah semua bilangan asli yang membagi bilangan itu tanpa meninggalkan sisa. Bilangan prima hanya memiliki 2 buah faktor, yaitu 1 dan bilangan prima itu sendiri, sedangkan bilangan-bilangan lain bisa memiliki banyak faktor. Sebagai contoh, faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, dan 12. Setiap bilangan dapat dituliskan sebagai perkalian dari faktornya.
Contoh: $12 = 2 \times 6$ $12 = 3 \times 4$

Faktor persekutuan

Faktor persekutuan adalah bilangan yang dapat membagi habis dua bilangan atau lebih yang difaktorkan.
Contoh:
1, 3, 5, dan 15 adalah faktor dari 15.
1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, dan 40 adalah faktor dari 40.
Jadi, faktor persekutuan dari 15 dan 40 adalah 1 & 5.

Faktor persekutuan terbesar (FPB) dari 2 bilangan atau lebih adalah bilangan terbesar yang merupakan faktor persekutuan bilangan-bilangan tersebut. FPB dari 15 dan 40 adalah 5.

Faktor prima

Faktor prima adalah **faktor** yang merupakan bilangan prima. Faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, dan 12. Dalam hal ini 2 dan 3 merupakan faktor prima.

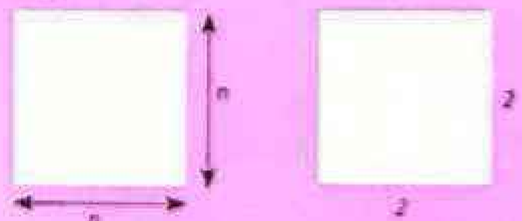
Bilangan sempurna

Bilangan sempurna adalah bilangan yang merupakan hasil penjumlahan dari faktor-faktornya (tidak termasuk bilangan itu sendiri).
Contoh: $6 = 1 + 2 + 3$

AKAR

Akar pangkat dua

Akar pangkat dua merupakan faktor dari sebuah bilangan yang dapat dikuadratkan (dikalikan dengan bilangan itu sendiri) menjadi bilangan itu sendiri.



Akar pangkat dua dari luas sebuah persegi n^2 adalah n (di mana n merupakan panjang dari sisi persegi).

Sebagai contoh, $2 \times 2 = 4$ jadi, 2 merupakan akar pangkat dua dari 4.

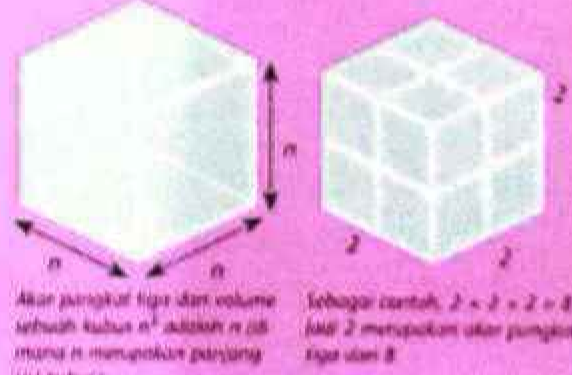
Setiap bilangan positif memiliki 2 buah akar pangkat dua, yaitu akar positif dan akar negatif. (Sebagai contoh: $-4 \times -4 = 16$ dan $4 \times 4 = 16$)

Akar pangkat dua ditulis dengan simbol ($\sqrt{\ }$). $\sqrt{9}$ dibaca sebagai akar pangkat dua positif dari 9 dan $-\sqrt{9}$ dibaca sebagai akar pangkat dua negatif dari 9. Akar pangkat dua positif dan akar pangkat dua negatif dari 9 ditulis dalam bentuk $\pm\sqrt{9}$.

Gunakan tombol akar pada kalkulator untuk menghitung akar pangkat dua suatu bilangan.

Akar pangkat tiga

Akar pangkat tiga merupakan faktor dari sebuah bilangan yang dapat dipangkatkan 3 (dikalikan dengan bilangan itu sendiri) menjadi bilangan kemudian dikalikan lagi dengan bilangan itu sendiri.



Akar pangkat tiga dari volume sebuah kubus n^3 adalah n (di mana n merupakan panjang sisi kubus).

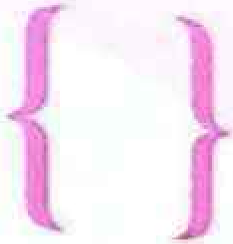
Sebagai contoh, $2 \times 2 \times 2 = 8$ jadi 2 merupakan akar pangkat tiga dari 8.

Setiap bilangan positif atau bilangan negatif hanya memiliki 1 buah akar pangkat tiga. Akar pangkat tiga ditulis dengan simbol $\sqrt[3]{\ }$.

Gunakan tombol akar pada kalkulator untuk menghitung akar pangkat tiga dari suatu bilangan.

HIMPUNAN

Himpunan adalah suatu kelompok objek yang memiliki beberapa kesamaan aturan atau sifat. Setiap objek dalam suatu himpunan adalah tunggal: objek yang sama tidak dapat dituliskan lebih dari satu kali. Himpunan dapat digunakan untuk menunjukkan hubungan antara kelompok-kelompok berbeda dari beberapa objek.



Kurung kurawal digunakan untuk menunjukkan bahwa objek yang berada di dalamnya merupakan sebuah himpunan.

Notasi Himpunan

Objek-objek yang merupakan suatu himpunan ditulis di antara kurung kurawal dan dipisahkan dengan menggunakan tanda koma.
Contoh: {a, e, i, o, u}
Metode ini disebut **notasi roster**.

Urutan penulisan objek dalam suatu himpunan tidak harus berurutan.
Contoh: {a, e, i, o, u} = {u, o, a, e, i}
dan sebagainya.

Tidak perlu membuat daftar setiap objek pada himpunan. Bahkan, cukup dengan mendeskripsikan himpunan ke dalam kata-kata yang mewakili anggota himpunan.
Contoh: {huruf vokal}

Penulisan himpunan ini yang berguna untuk himpunan dengan anggota yang banyak.
Contoh: {bilangan dari 1 sampai dengan 1.000}

Himpunan biasanya ditulis dengan sebuah huruf kapital.
Contoh: *A* = {bilangan genap}

Beberapa simbol (huruf) yang biasa digunakan untuk menyatakan suatu himpunan adalah:

- $\mathbb{Z}$ = himpunan bilangan bulat
- $\mathbb{N}$ = himpunan bilangan asli
- $\mathbb{Q}$ = himpunan bilangan rasional
- $\mathbb{R}$ = himpunan bilangan real

Anggota atau elemen himpunan
Anggota himpunan adalah objek yang membentuk suatu himpunan. Simbol yang biasa digunakan untuk menunjukkan anggota atau elemen suatu himpunan adalah $\in$. Sebaliknya simbol $\notin$ digunakan untuk menunjukkan bahwa suatu objek bukan merupakan anggota/elemen sebuah himpunan. Sebagai contoh, 1 adalah anggota himpunan bilangan asli ($\mathbb{N}$ = {1, 2, 3, 4, 5 ...}). Cara penulisannya adalah $1 \in \mathbb{N}$. Sementara itu, −1 bukan merupakan anggota himpunan bilangan asli sehingga penulisannya adalah $-1 \notin \mathbb{N}$.

Himpunan semesta
Himpunan yang memuat himpunan-himpunan yang lain. Sebagai contoh, jika *C* = {konsonan} maka himpunan semestanya adalah huruf alfabet. Himpunan semesta biasanya ditulis dengan simbol huruf *S* atau *U*.
Contoh: *U* = {alfabet}

Himpunan berhingga
Himpunan berhingga adalah himpunan yang memiliki **anggota/elemen** yang terbatas. Sebagai contoh, *A* adalah sebuah himpunan bilangan ganjil antara 0 dan 6: *A* = {1, 3, 5}
Dalam hal ini *A* merupakan himpunan hingga, karena $n(A) = 3$ (*n* menunjukkan banyak anggota dalam suatu himpunan).

Himpunan tak berhingga
Himpunan tak berhingga adalah himpunan yang memiliki anggota yang tidak terbatas. Contohnya, himpunan bilangan ganjil adalah himpunan tak berhingga karena himpunan bilangan ganjil tidak terbatas. Himpunan tak berhingga dapat ditunjukkan dengan cara menulis beberapa anggota himpunan yang pertama dan diikuti dengan 3 buah titik.
Contoh: *B* = {1, 3, 5, 7, ...}
B merupakan himpunan tak hingga karena $n(B) = \infty$ (*n* menunjukkan banyak anggota dalam suatu himpunan dan ∞ menunjukkan tak hingga).

Himpunan kosong
Himpunan kosong adalah suatu himpunan yang tidak memiliki anggota. Sebagai contoh, *X* = {nama hari yang dimulai dengan huruf "Z"}. Dalam hal ini *X* merupakan himpunan kosong karena tidak ada nama hari yang dimulai dengan huruf *Z*. Himpunan kosong ditulis dengan simbol { } atau $\varnothing$. Jadi himpunan *X* dapat ditulis *X* = { } atau $X = \varnothing$.

Himpunan bagian
Himpunan bagian adalah sebuah himpunan yang merupakan bagian dari himpunan lain. Sebagai contoh, jika *A* = {konsonan} dan *B* = {t, r, y}, berarti *B* merupakan himpunan bagian dari *A*. Himpunan bagian dapat ditulis dengan simbol "$\subset$". Hubungan antara *A* dan *B* dapat ditulis $B \subset A$. Jika *C* = {a, e, i}, maka *C* bukan merupakan himpunan bagian dari *A*. Dalam hal ini simbolnya adalah "$\not\subset$", sehingga hubungan antara *A* dan C dapat ditulis $C \not\subset A$.

Bilangan Bulat, Bilangan Asli 6; Bilangan Ganjil, Bilangan Prima 7; Bilangan Rasional, Bilangan Real 9.

Membandingkan Himpunan

Hubungan antara dua buah himpunan atau lebih dapat dilihat dari anggota masing-masing himpunan dan memperhatikan apakah himpunan-himpunan tersebut memiliki anggota yang sama.

Komplemen himpunan

Komplemen himpunan adalah himpunan dari semua elemen yang **bukan** merupakan anggota suatu himpunan. Sebagai contoh, jika A merupakan himpunan bilangan prima, maka A' (dibaca: A komplemen) adalah himpunan semua bilangan yang tidak termasuk bilangan prima. Dengan kata lain A komplemen adalah seluruh anggota himpunan semesta ξ dikurangi seluruh anggota himpunan A

$$A' = \xi - A$$

Gabungan himpunan

Semua anggota himpunan dari dua atau lebih himpunan yang disatukan. Simbol gabungan ditulis dengan "$\cup$".

Contoh: jika $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 1, 3, 5, 6 \}$
maka $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

Irisan himpunan

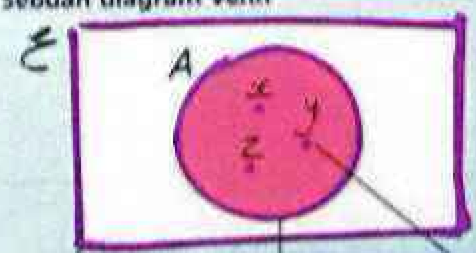
Irisan himpunan adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota persekutuan dari 2 buah himpunan atau lebih. Simbol irisan himpunan adalah "$\cap$".

Contoh: $A = \{ 2, 4, 6 \}$ dan $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$
maka $A \cap B = \{ 2, 4 \}$

Diagram Venn

Diagram Venn digunakan untuk menunjukkan hubungan antara himpunan-himpunan. Dalam diagram Venn, himpunan biasanya digambarkan dengan bentuk sebuah lingkaran, sedangkan **himpunan semesta** digambarkan dalam bentuk persegi panjang. **Anggota** dari suatu himpunan biasanya digambarkan dalam bentuk titik di dalam lingkaran. Setiap bagian dari diagram diberi nama (identitas himpunan) dan beberapa bagian seringkali digambar dengan arsiran.

Sebuah diagram Venn

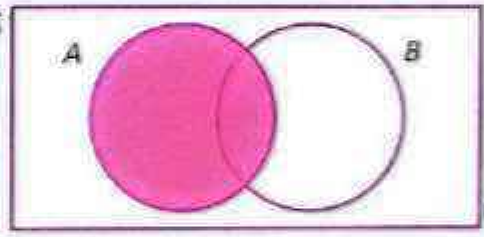


Gambar persegi panjang menunjukkan himpunan semesta

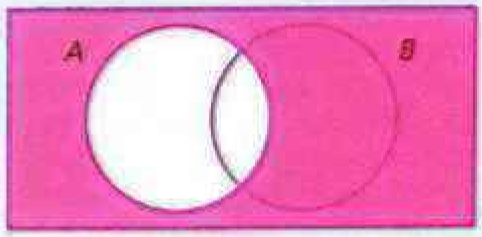
Gambar lingkaran menunjukkan himpunan A yang merupakan himpunan bagian dari himpunan semesta.

Titik-titik yang berada dalam lingkaran menunjukkan bahwa mereka adalah anggota himpunan A.

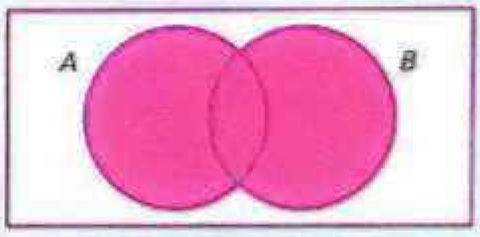
Gambar diagram Venn yang menggambarkan hubungan antara himpunan



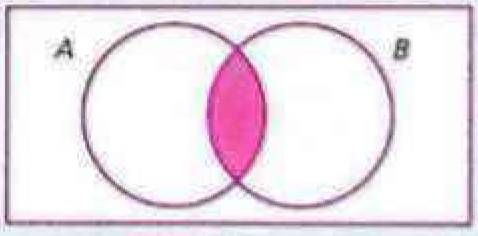
Himpunan A



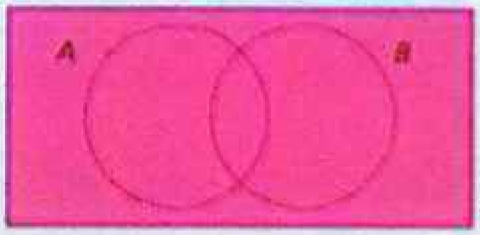
A'



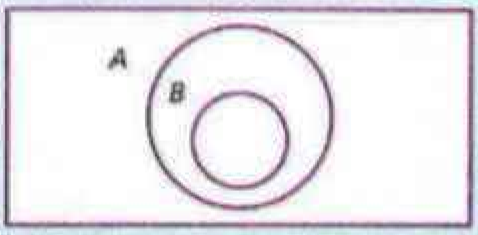
$A \cup B$



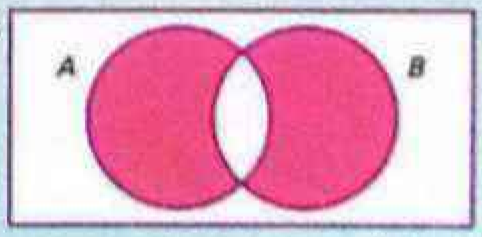
$A \cap B$



Himpunan semesta (ξ)



$B \subset A$



$(A \cup B) - A \cap B$

ARITMETIKA

Aritmetika adalah ilmu yang mempelajari operasi bilangan. Ada empat operasi dasar yang digunakan untuk menghitung, yaitu **penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.**

+ Penjumlahan

Gunakan tombol plus pada kalkulator untuk melakukan operasi penjumlahan

Penjumlahan adalah operasi matematika yang digunakan untuk mencari **jumlah** 2 bilangan atau lebih. Penjumlahan dapat dianggap sebagai penambahan nilai suatu bilangan oleh bilangan lain dan biasa ditulis dalam bentuk $a + b$. Contoh: $6 + 3 = 9$

Operasi penjumlahan adalah **invers (kebalikan)** dari operasi **pegurangan**. Dalam operasi penjumlahan berlaku **hukum asosiatif** dan **komutatif**.

− Pengurangan

Gunakan tombol minus pada kalkulator untuk melakukan operasi pengurangan

Pengurangan adalah operasi matematika yang hasilnya menunjukkan **selisih** dari 2 buah bilangan. Pengurangan dapat dianggap sebagai penurunan nilai suatu bilangan oleh bilangan lain dan biasa ditulis dalam bentuk $a - b$.

Contoh: $10 - 6 = 4$

Operasi pengurangan adalah **invers (kebalikan)** dari operasi **penjumlahan**. Namun berbeda dengan operasi penjumlahan, dalam operasi pengurangan tidak berlaku **hukum asosiatif dan komutatif**.

× Perkalian

Gunakan tombol silang pada kalkulator untuk melakukan operasi perkalian

Perkalian adalah operasi matematika yang menggabungkan dua bilangan atau lebih untuk memberikan suatu **hasil kali**.

Contoh: $6 \times 8 = 48$

Sebagaimana contoh di atas, operasi perkalian biasanya ditulis dalam bentuk $a \times b$, bisa juga ditulis dalam bentuk $a.b$ atau ab (jika bilangan dinyatakan dengan simbol).

Perkalian dapat dianggap sebagai penjumlahan yang berulang.

Contoh: $3 \times 4 = (4 + 4 + 4)$ atau $(3 + 3 + 3 + 3) = 12$

Perkalian adalah **invers (kebalikan)** dari **pembagian**. Di dalam operasi perkalian berlaku **hukum asosiatif** dan **komutatif**.

Perkalian bentuk panjang

Merupakan bentuk perkalian bilangan-bilangan berukuran besar. Tanpa menggunakan kalkulator, perkalian bentuk ini dilakukan secara bertahap. Dasar pemikirannya adalah setiap bilangan dapat dipecah ke dalam bentuk ratusan, puluhan, satuan, dan sebagainya (tergantung besarnya bilangan).

Contoh: $143 = (1 \times 100) + (4 \times 10) + (3 \times 1)$

Jadi, perkalian suatu bilangan dengan bilangan lain sama halnya dengan mengalikan setiap bilangan dengan ratusan, puluhan, satuan, dan sebagainya yang pada akhirnya menghasilkan bilangan-bilangan baru. Lalu bilangan-bilangan baru tersebut dijumlahkan sebagai hasil akhirnya.

Contoh: 736×143

$= (736 \times 100) + (736 \times 40) + (736 \times 3)$

Digit yang memiliki nilai tempat paling kecil adalah yang dikalikan terlebih dulu, lalu diikuti oleh digit berikutnya dan seterusnya dari kanan ke kiri.

Salah satu cara yang sangat membantu dalam melakukan operasi perkalian bentuk panjang terlihat pada diagram di bawah ini. Keterangan yang ada di dalam kurung tidak perlu ditulis.

$$
\begin{array}{rl}
736 & \\
\times\ 143 & \\
\hline
2208 & (736 \times 3) \\
29440 & (736 \times 40) \\
73600 & (736 \times 100) \\
\hline
105248 & \text{(Jumlah keseluruhan)} \\
\hline
\end{array}
$$

ARITMETIKA

Aritmetika adalah ilmu yang mempelajari operasi bilangan. Ada empat operasi dasar yang digunakan untuk menghitung, yaitu **penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian**.

Penjumlahan

Gunakan tombol plus pada kalkulator untuk melakukan operasi penjumlahan

Penjumlahan adalah operasi matematika yang digunakan untuk mencari **jumlah** 2 bilangan atau lebih. Penjumlahan dapat dianggap sebagai penambahan nilai suatu bilangan oleh bilangan lain dan biasa ditulis dalam bentuk $a + b$. Contoh: $6 + 3 = 9$

Operasi penjumlahan adalah **invers (kebalikan)** dari operasi **pegurangan**. Dalam operasi penjumlahan berlaku **hukum asosiatif** dan **komutatif**.

Pengurangan

Gunakan tombol minus pada kalkulator untuk melakukan operasi pengurangan

Pengurangan adalah operasi matematika yang hasilnya menunjukkan **selisih** dari 2 buah bilangan. Pengurangan dapat dianggap sebagai penurunan nilai suatu bilangan oleh bilangan lain dan biasa ditulis dalam bentuk $a - b$.

Contoh: $10 - 6 = 4$

Operasi pengurangan adalah **invers (kebalikan)** dari operasi **penjumlahan**. Namun berbeda dengan operasi penjumlahan, dalam operasi pengurangan tidak berlaku **hukum asosiatif dan komutatif**.

Perkalian

Gunakan tombol silang pada kalkulator untuk melakukan operasi perkalian

Perkalian adalah operasi matematika yang menggabungkan dua bilangan atau lebih untuk memberikan suatu **hasil kali**.

Contoh: $6 \times 8 = 48$

Sebagaimana contoh di atas, operasi perkalian biasanya ditulis dalam bentuk $a \times b$, bisa juga ditulis dalam bentuk $a.b$ atau ab (jika bilangan dinyatakan dengan simbol).

Perkalian dapat dianggap sebagai penjumlahan yang berulang.

Contoh: $3 \times 4 = (4 + 4 + 4)$ atau $(3 + 3 + 3 + 3) = 12$

Perkalian adalah **invers (kebalikan)** dari **pembagian**. Di dalam operasi perkalian berlaku **hukum asosiatif dan komutatif**.

Perkalian bentuk panjang

Merupakan bentuk perkalian bilangan-bilangan berukuran besar. Tanpa menggunakan kalkulator, perkalian bentuk ini dilakukan secara bertahap. Dasar pemikirannya adalah setiap bilangan dapat dipecah ke dalam bentuk ratusan, puluhan, satuan, dan sebagainya (tergantung besarnya bilangan).

Contoh: $143 = (1 \times 100) + (4 \times 10) + (3 \times 1)$

Jadi, perkalian suatu bilangan dengan bilangan lain sama halnya dengan mengalikan setiap bilangan dengan ratusan, puluhan, satuan, dan sebagainya yang pada akhirnya menghasilkan bilangan-bilangan baru. Lalu bilangan-bilangan baru tersebut dijumlahkan sebagai hasil akhirnya.

Contoh: 736×143

$= (736 \times 100) + (736 \times 40) + (736 \times 3)$

Digit yang memiliki nilai tempat paling kecil adalah yang dikalikan terlebih dulu, lalu diikuti oleh digit berikutnya dan seterusnya dari kanan ke kiri.

Salah satu cara yang sangat membantu dalam melakukan operasi perkalian bentuk panjang terlihat pada diagram di bawah ini. (penjelasan yang ada di dalam kurung tidak perlu ditulis)

$$
\begin{array}{rl}
736 & \\
\times\ 143 & \\
\hline
2208 & (736 \times 3) \\
29440 & (736 \times 40) \\
73600 & (736 \times 100) \\
\hline
105248 & (\text{Jumlah keseluruhan}) \\
\hline
\end{array}
$$

÷ Pembagian

Gunakan tombol bagi pada kalkulator untuk melakukan operasi pembagian

Pembagian adalah operasi matematika yang digunakan untuk mencari **hasil bagi** dari dua bilangan atau lebih. Contoh: $40 \div 8 = 5$

Sebagaimana contoh di atas, operasi pembagian biasanya ditulis dalam bentuk $a \div b$, tapi bisa juga ditulis dalam bentuk a/b atau $\frac{a}{b}$.

Sebagai contoh, 40 dibagi 8 dapat ditulis dalam berbagai cara yaitu:

$$40 \div 8 \qquad 40/8 \qquad \frac{40}{80}$$

Pembagian dapat dianggap sebagai **pengurangan** berulang. Dengan menjawab pertanyaan "berapa banyak bilangan hasil bagi yang mengurangi bilangan yang dibagi sampai tak bersisa?". Contohnya, 40 harus dikurangi 5 sebanyak 8 kali hingga tak bersisa:

$$40 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 - 5 = 0$$

Operasi pembagian adalah **invers** dari operasi **perkalian**. Dalam operasi pembagian tidak berlaku **sifat asosiatif** dan **sifat komutatif**.

Nilai sisa

Dalam operasi **pembagian**, pembagian bilangan akan memiliki nilai sisa jika suatu bilangan tidak habis dibagi dengan bilangan yang merupakan pembaginya. Sebagai contoh, 16 dibagi 3 adalah 5 dengan nilai sisa 1. Nilai sisa biasanya ditulis dengan "sisa".

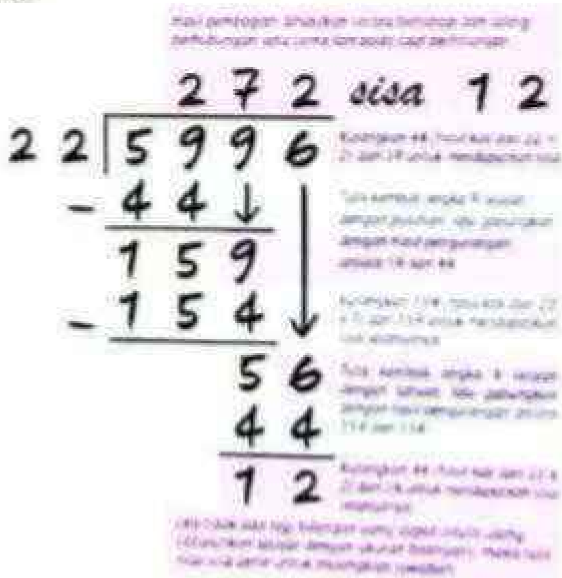
Pembagian bentuk panjang

Pembagian bentuk panjang adalah operasi pembagian yang membagi suatu bilangan yang berukuran besar tanpa menggunakan kalkulator. Sebagai contoh, untuk membagi 5.996 dengan 22, cobalah membagi 22 ke setiap digit, dimulai dari kiri ke kanan. Gabungkan semua bilangan hasil bagi yang dihasilkan pada setiap digitnya, lalu tuliskan nilai sisanya.

5 (ribuan) ÷ 22 = 0 sisa 5 (ribuan)
59 (ratusan) ÷ 22 = 2 sisa 15 (ratusan)
159 (puluhan) ÷ 22 = 7 sisa 5 (puluhan)
56 (satuan) ÷ 22 = 2 sisa 12 (satuan)

Jadi, hasilnya adalah 2 (ratusan), 7 (puluhan), dan 2 (satuan), sisa 12, yaitu 272 sisa 12.

Cara konvensional yang digunakan dalam melakukan operasi pembagian bentuk panjang dapat dilihat pada gambar di bawah ini:



Aturan-Aturan Aritmetika

Sifat asosiatif

Sifat asosiatif adalah aturan yang menyatakan bahwa pengelompokkan bilangan atau suku dan simbol dalam suatu pernyataan matematika tidak mempengaruhi hasil yang didapatkan. Sifat asosiatif berlaku pada operasi **penjumlahan** dan **perkalian**, namun tidak berlaku pada operasi **pengurangan** dan **pembagian**.

Sifat asosiatif penjumlahan menyatakan bahwa:
$(a + b) + c = a + (b + c)$
Contoh: $(12 + 7) + 6 = 12 + (7 + 6) = 25$

Sifat asosiatif perkalian menyatakan bahwa:
$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
Contoh: $(5 \times 2) \times 4 = 5 \times (2 \times 4) = 40$

Sifat komutatif

Sifat komutatif adalah aturan yang menyatakan bahwa urutan bilangan atau suku dan simbol dalam suatu pernyataan matematika dikombinasikan maka tidak akan mempengaruhi hasil yang didapatkan. Sifat komutatif berlaku pada operasi **penjumlahan** dan **perkalian**, namun tidak berlaku untuk operasi pengurangan dan pembagian.

Sifat komutatif dalam penjumlahan menyatakan bahwa: $a + b = b + a$
Contoh: $6 + 3 = 3 + 6 = 9$

Sifat komutatif dalam perkalian menyatakan bahwa: $a \times b = b \times a$
Contoh: $5 \times 3 = 3 \times 5 = 15$

Operasi campuran

Operasi campuran adalah perhitungan matematika yang melibatkan lebih dari satu jenis operasi. Dalam hal ini ada beberapa aturan tertentu yang perlu diperhatikan ketika melakukan operasi campuran.

Jika operasi campuran hanya melibatkan operasi penjumlahan dan pengurangan, maka urutan pengerjaan operasi tersebut sifatnya bebas (tidak ada yang harus dikerjakan terlebih dulu). Namun, perlu diperhatikan bahwa simbol "+" atau "−" hanya mengikat bilangan yang ada setelah simbol tersebut.

Contoh:	$7 - 5 + 10$
Senilai dengan	$7 + 10 - 5$,
atau	$-5 + 7 + 10$

Jika operasi lain (selain penjumlahan dan perkalian) dilibatkan dalam suatu operasi campuran, maka panduan yang digunakan adalah **BIDMAS** atau **BODMAS**.

BIDMAS atau BODMAS

BIDMAS atau BODMAS adalah urutan pengerjaan yang harus dilakukan jika suatu perhitungan matematika melibatkan operasi campuran. Urutan pengerjaannya adalah:

1. **B**rackets (Operasi yang ada di dalam tanda kurung)
2. **I**ndices (Operasi yang memiliki Pangkat)
3. **D**ivision atau **M**ultiplication (Operasi Pembagian mengikuti dari kiri ke kanan atau perkalian)
4. **A**ddition atau **S**ubtraction (Operasi Penjumlahan mengikuti dari kiri ke kanan atau pengurangan)

Sebagai contoh, perhatikan urutan pengerjaan perhitungan matematika berikut ini:

$$6 + 40 \div 20 \times (3 + 1)^2 - 3;$$

Operasi yang ada di dalam tanda kurung:

$$6 + 40 \div 20 \times (3 + 1)^2 - 3$$

Operasi yang memiliki pangkat:

$$6 + 40 \div 20 \times (4)^2 - 3$$

Operasi Pembagian:

$$6 + 40 \div 20 \times 16 - 3$$

Operasi Perkalian:

$$6 + 2 \times 16 - 3$$

Operasi Penjumlahan:

$$6 + 32 - 3$$

Operasi Pengurangan:

$$38 - 3$$

Jadi, jawabannya adalah 35.

Pembulatan

Pembulatan adalah suatu langkah perhitungan matematika dengan cara mengurangi banyaknya angka penting atau bilangan desimal. Pembulatan biasanya dilakukan sebagai alat untuk memperkirakan sebuah hasil perhitungan yang memiliki banyak digit. Nilai perkiraan tersebut bergantung pada tingkat akurasi yang diinginkan.

Suatu bilangan dapat dibulatkan menuju angka yang paling dekat (puluhan, ratusan, dan sebagainya). Pembulatan bilangan paling sering dilakukan pada bilangan desimal. Cara pembulatan bergantung pada objek yang diukur/dihitung. Sebagai contoh, tinggi badan seseorang biasanya dibulatkan ke dalam bentuk sentimeter atau inci yang terdekat, sedangkan populasi yang ada pada suatu negara biasanya dibulatkan menjadi ratusan ribu orang.

Membulatkan suatu bilangan

Tentukan nilai tempat bilangan yang dibulatkan dan perhatikan digit sebelah kanan.

- Jika lebih besar atau sama dengan 5, maka lakukan pembulatan ke atas.
- Jika 4 atau kurang, maka lakukan pembulatan ke bawah.

Sebagai contoh, jika 276 dibulatkan maka akan menjadi 280 (pembulatan ke puluhan terdekat). Alasannya, angka 6 lebih mendekati angka 10 dibandingkan angka 0 (angka 6 lebih besar dari 5). Selain itu, 276 juga lebih mendekati 280 dibandingkan 270. Contoh lainnya, jika pada 4.872 dilakukan pembulatan ke puluhan terdekat, maka hasilnya adalah 4870. Jika pada 4.872 dilakukan pembulatan ke ratusan terdekat, maka hasilnya adalah 4.900.

Batas atas

Batas atas adalah nilai tertinggi suatu pembulatan ke bawah. Jika batas atas suatu pembulatan diketahui, maka nilai bilangan sesungguhnya pasti lebih kecil dari batas atas tersebut. Sebagai contoh, jika banyak kacang pada sebuah tempat penyimpanan kacang adalah 550 (pembulatan ke puluhan terdekat), maka nilai bilangan sesungguhnya pasti ada pada kisaran 545 hingga 554. Dalam hal ini 554 adalah batas atas.

Batas bawah

Batas bawah adalah nilai terendah suatu pembulatan ke atas. Jika batas bawah suatu pembulatan diketahui, maka nilai bilangan sesungguhnya pasti lebih besar dari batas bawah tersebut. Sebagai contoh, jika banyak kacang pada sebuah tempat penyimpanan kacang adalah 550 (pembulatan ke puluhan terdekat), maka nilai bilangan sesungguhnya pasti ada pada kisaran 545 hingga 554. Dalam hal ini 545 adalah batas bawah.

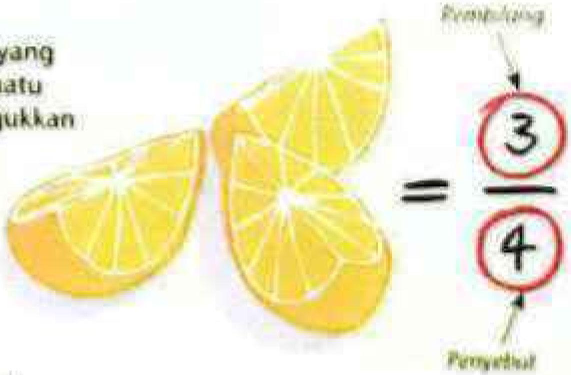
Penjumlahan 14; Desimal 19; Pembagian 15; Pangkat 21; Kelipatan 11; Perkalian 15; Angka Penting 9; Pengurangan 14

PECAHAN

Jika suatu objek dibagi menjadi beberapa bagian yang sama besar, maka setiap bagiannya disebut **pecahan**. Sebuah pecahan dapat ditunjukkan dengan menulis sebuah bilangan di atas bilangan lain yang dipisahkan dengan garis pembagi $\left(\frac{x}{y}\right)$. Dalam hal ini, x disebut **pembilang** dan y disebut **penyebut**.

Gunakan tombol pecahan pada kalkulator ilmiah untuk menuliskan operasi pecahan

Pembilang
Pembilang adalah bilangan yang terletak pada bagian atas suatu pecahan. Pembilang menunjukkan bilangan yang akan dibagi. Sebagai contoh, gambar di samping kanan menunjukkan 3 dari 4 bagian sebuah jeruk dalam kondisi utuh atau ditulis $\frac{3}{4}$. Dalam hal ini, angka 3 adalah suatu pembilang.



Penyebut
Penyebut adalah bilangan yang memiliki letak pada bagian bawah suatu pecahan. Penyebut menunjukkan bilangan yang akan membagi rata suatu bilangan. Sebagai contoh, gambar di samping kiri menunjukkan 3 bagian jeruk dari kondisi utuh sebuah jeruk yaitu 4 bagian, atau ditulis $\frac{3}{4}$. Dalam hal ini, angka 4 adalah suatu penyebut.

Pecahan Senilai (pecahan yang bernilai sama)
Pecahan senilai adalah pecahan-pecahan yang memiliki proporsi sama namun ditulis dengan cara yang berbeda.

Gambar lingkaran di bawah ini telah dibagi menjadi beberapa pecahan yang berbeda. Dalam hal ini, ketiga lingkaran yang digambarkan memiliki nilai pecahan senilai.

$\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$

Banyaknya pecahan senilai tidak terbatas. Cara penulisan pecahan senilai bergantung dari seberapa banyak bagian yang bisa dibagi dari suatu objek. Jika lingkaran di atas dibagi menjadi 20 bagian, maka setengah dari bagian itu adalah $\frac{10}{20}$.

Pecahan senilai bisa didapatkan dengan cara mengalikan atau membagi pembilang dan penyebut dengan suatu bilangan yang sama.

Contoh: $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$ $\quad \frac{4}{8} = \frac{4}{8} \div \frac{4}{4} = \frac{1}{2}$

Jika pembilang dan penyebut suatu pecahan dibagi dengan bilangan yang sama, maka akan menghasilkan sebuah pecahan baru dengan nilai pembilang dan penyebut yang lebih kecil dari pecahan sebelumnya. Hal semacam ini disebut **penyederhanaan pecahan**. Jika pembilang dan penyebut suatu pecahan disederhanakan menjadi bentuk pecahan yang paling kecil, maka pecahan tersebut disebut pecahan bilangan sederhana.

Cara yang mudah untuk membandingkan pecahan adalah dengan menyamakan penyebutnya. Hal ini dapat dilakukan dengan mencari nilai KPK dari penyebut-penyebut pecahan. Sebagai contoh, KPK penyebut dari $\frac{1}{2}$ dan $\frac{2}{6}$ adalah 6, maka pecahan-pecahan tersebut dapat ditulis dalam bentuk $\frac{3}{6}$ and $\frac{2}{6}$ sehingga lebih mudah dalam melakukan operasi pecahan.

Bentuk umum pecahan
Bentuk umum pecahan memiliki pembilang dan penyebut yang dipisahkan oleh sebuah garis.

Contoh: $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{46}{19}$

Pecahan kompleks
Pecahan kompleks memiliki pembilang dan atau penyebut yang juga berbentuk pecahan, atau dengan kata lain pecahan kompleks adalah "pecahan di dalam pecahan".

Contoh: $\frac{2}{\frac{3}{5}}$ $\frac{\frac{1}{4}}{2}$ $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{7}{8}}$

Pecahan murni
Pecahan biasa memiliki nilai kurang dari 1. Pada pecahan murni, nilai pembilang selalu lebih kecil dari nilai penyebutnya.

Contoh: $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{40}{71}$

Pecahan tidak murni
Pecahan tidak murni memiliki nilai lebih dari 1. Pada pecahan tidak murni, nilai pembilang selalu lebih besar dari nilai penyebutnya.

Contoh: $\frac{3}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{412}{4}$

Pecahan campuran
Pecahan campuran terdiri atas bilangan bulat dan pecahan. Pecahan campuran juga dapat dituliskan sebagai **pecahan tidak murni**. Sebagai contoh, $1\frac{1}{2}$ adalah sebuah pecahan campuran yang juga dapat ditulis dalam bentuk $\frac{3}{2}$

Resiprokal (perbandingan terbalik)
Resiprokal dari suatu bilangan didapatkan dengan cara membagi angka 1 dengan bilangan itu sendiri. Sebagai contoh, resiprokal dari 3 adalah $\frac{1}{3}$.

Untuk mencari resiprokal dari sebuah pecahan dapat dilakukan dengan membalikkan posisi pecahan tersebut (pembilang menjadi penyebut dan penyebut menjadi pembilang). Contohnya, resiprokal dari $\frac{3}{4}$ adalah $\frac{4}{3}$ karena:

$$1 \div \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

$1/x$

Gunakan tombol resiprokal terbalik pada kalkulator ilmiah untuk mencari resiprokal dari sebuah bilangan.

Pecahan dan Persen

Pecahan dapat dituliskan dalam bentuk persen, yaitu bentuk bilangan per seratus.
Contoh: 25% sama artinya dengan $\frac{25}{100}$

Secara sederhana, setiap pecahan dapat dituliskan ke dalam bentuk persen dengan cara mengalikan pecahan tersebut dengan 100.

Contoh: $\frac{1}{2} = (\frac{1}{2} \times 100)\% = 50\%$

$\frac{3}{4} = (\frac{3}{4} \times 100)\% = 75\%$

Setiap bilangan persen dapat dituliskan dalam bentuk pecahan dengan cara membagi bilangan persen tersebut dengan 100, lalu menyederhanakannya menjadi bentuk pecahan yang paling sederhana.

Contoh: $25\% = (\frac{25}{100}) = \frac{1}{4}$

Aritmetika Pecahan

Penjumlahan pecahan
Penjumlahan pecahan dilakukan dengan cara menyamakan penyebut-penyebut dari pecahan tersebut dengan menggunakan KPK, lalu menjumlahkan semua pembilang.

Contoh: $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} + \frac{3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

Pengurangan pecahan
Pengurangan pecahan dilakukan dengan cara menyamakan penyebut-penyebut dari pecahan tersebut dengan menggunakan KPK, lalu melakukan operasi pengurangan pada semua pembilang.

Contoh: $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{9}{12} - \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$

Perkalian pecahan
Perkalian pecahan dilakukan dengan cara mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut.

Contoh: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$

Pembagian pecahan
Pembagian pecahan dilakukan dengan cara mengalikan pecahan dengan kebalikan pecahan kedua. Contoh:

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{1 \times 8}{2 \times 3} = \frac{8}{6} = 1\frac{2}{6} = 1\frac{1}{3}$$

Untuk melakukan pembagian pecahan campuran, maka pecahan campuran tersebut harus terlebih dulu diubah menjadi pecahan tidak murni.

Basis Sepuluh *6* (Sistem Bilangan); Pecahan Senilai *17*; Penyebut *17*; Bilangan Bulat *6*; Kelipatan Persekutuan Terkecil *17*; Pecahan Paling Sederhana *17*; Kelipatan *11*; Pembilang *17*; Persentase *27*; Pi *66*; Nilai Tempat *6*; Pangkat *21*.

BILANGAN DESIMAL

Sistem bilangan desimal adalah sebuah sistem bilangan yang menggunakan basis 10. Suatu bilangan yang menggunakan sistem bilangan desimal disebut **desimal**. Desimal biasanya merupakan bilangan yang memiliki bagian bilangan yang tidak utuh (nilainya kurang dari 1) dan ditulis setelah **koma desimal**. Contoh: 1,2 atau 59,635 atau 0,0091.

Diagram di bawah ini adalah nilai tempat yang menyatakan setiap digit bilangan desimal 6539,023

Ribuan	Ratusan	Puluhan	Satuan		Per sepuluh	Per seratus	Per seribu
6	5	3	9	,	0	2	3

Koma desimal

Setiap pergeseran posisi ke kiri maka nilainya naik 10 kali lipat, dan sebaliknya untuk setiap pergeseran posisi ke kanan maka nilainya turun 10 kali lipat.

Tempat desimal
Tempat desimal berada pada posisi sebelah kanan **koma desimal**. Bilangan pertama yang muncul setelah koma desimal adalah bilangan desimal pertama (per sepuluh) lalu diikuti dengan bilangan desimal kedua (per seratus) dan seterusnya.

Pecahan desimal
Pecahan desimal adalah setiap bilangan yang memiliki nilai kurang dari 1 dan ditulis dalam bentuk **desimal**. Contohnya, 0,375 adalah pecahan desimal yang menyatakan:

$$0 + \frac{3}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$$

Pecahan desimal juga hanya disebut **desimal**.

Desimal campuran
Desimal campuran adalah sebuah bilangan yang terdiri atas bilangan bulat dan **pecahan desimal**. Contoh, 15,76 adalah desimal campuran yang menyatakan $15 + \frac{7}{10} + \frac{6}{100}$

Desimal berhingga
Desimal berhingga adalah **desimal** yang memiliki **bilangan desimal yang berujung**.

Contoh: $\frac{1}{2}$ desimalnya adalah 0,5

$\frac{17}{625}$ desimalnya adalah 0,0272

Hal yang perlu diperhatikan adalah bahwa pecahan-pecahan di atas memiliki penyebut yang merupakan kelipatan 2 atau 5. Jadi, semua pecahan yang memiliki penyebut berkelipatan 2 atau 5 merupakan bilangan desimal berhingga.

Koma desimal
Koma desimal digunakan sebagai pemisah antara satuan dengan per sepuluh. Di beberapa negara menggunakan titik desimal sebagai tanda desimal. Penggunaan koma desimal dilakukan untuk menghindari kesalahan memahami tanda titik, yaitu antara operasi perkalian atau tanda desimal.

Desimal tak hingga
Desimal tak hingga adalah **desimal** yang memiliki **bilangan desimal yang tak berujung**. Ada dua jenis desimal tak hingga, yaitu **desimal berulang** dan **desimal tak berulang**.

Desimal tak berulang
Desimal tak berulang adalah desimal tak hingga yang memiliki bilangan-bilangan yang tak berulang setelah tanda koma. Contohnya adalah Phi (π) yang bernilai 3,141592653...

Desimal berulang
Desimal berulang adalah **desimal tak hingga** yang memiliki bilangan desimal berulang setelah **tanda koma**.

Contoh: 3,333333...
0,125125125...

Desimal berulang biasanya ditulis dengan tanda titik pada bilangan yang berulang atau pada awal dan akhir yang membentuk bilangan berulang. Jadi, contoh desimal berulang di atas ditulis dalam bentuk $3,\dot{3}$ dan $0,\dot{1}2\dot{5}$

Operasi Bilangan Desimal

Penjumlahan dan pengurangan bilangan desimal

Penjumlahan dan pengurangan desimal lebih mudah dilakukan dengan menuliskan bilangan tersebut dalam satu kolom dengan koma desimal bilangan-bilangan tersebut dibuat sejajar.

Contoh: 11,45 + 17 + 2,5 ditulis

koma desimal disejajarkan

$$\begin{array}{rr@{,}l} & 11 & 45 \\ & 17 & 00 \\ + & 2 & 50 \\ \hline & 30 & 95 \end{array}$$

Sama halnya dengan penjumlahan pada bilangan cacah, penjumlahan pada bilangan desimal juga dimulai dari sisi yang paling kanan ke kiri.

Contoh: 50,19 − 36,2 ditulis

koma desimal disejajarkan

$$\begin{array}{rr@{,}l} & 50 & 19 \\ - & 36 & 20 \\ \hline & 13 & 99 \end{array}$$

Sama halnya dengan pengurangan pada bilangan cacah, pengurangan pada bilangan desimal juga dimulai dari sisi yang paling kanan ke kiri.

Pembagian bilangan desimal

Pembagian pada bilangan desimal dilakukan dengan mengabaikan koma desimal yaitu dengan terlebih dahulu mengalikan pembilang dan penyebut dengan kelipatan 10 agar pembilang dan penyebut tersebut menjadi bilangan utuh, lalu operasi pembagian dilakukan seperti pada bilangan bulat. Hasil yang didapat akan sama dengan hasil pembagian desimal dengan mengikutsertakan tanda koma.

Contoh: 3,2 ÷ 0,4

$$\frac{3,2}{0,4} \underset{\times 10}{\overset{\times 10}{=}} \frac{32}{4} = 8$$

Perkalian desimal

Perkalian desimal dapat dilakukan dengan terlebih dahulu mengabaikan tanda desimal dan melakukan operasi perkalian dengan cara yang sama sebagaimana operasi perkalian pada bilangan utuh. Lalu setelah didapatkan hasilnya, banyaknya desimal kembali dimasukkan ke dalam hasil perkalian tersebut.

Contoh: 3,5 × 2,36

Asumsikan 35 × 236

$$\begin{array}{rrl} & 35 & \\ \times & 236 & \\ \hline & 210 & (35 \times 6) \\ & 1050 & (35 \times 30) \\ & 7000 & (35 \times 200) \\ \hline & 8260 & (\text{jumlah keseluruhan}) \end{array}$$

Hasilnya adalah 8260. Karena pada 3,5 × 2,36 terdapat 3 angka di belakang koma, maka hasil akhir dari perkalian tersebut adalah 8,260.

Pembulatan desimal

Pembulatan bilangan desimal seringkali digunakan untuk memperkirakan hasil suatu perhitungan matematika. Pembulatan yang dilakukan adalah pembulatan ke atas atau pembulatan ke bawah. Cara pembulatannya pun sama dengan cara pembulatan yang dilakukan pada bilangan bulat. Perbedaannya hanya terletak pada digit desimal yang diinginkan. Contohnya, 63,5378 dapat dibulatkan menjadi beberapa cara penulisan, yaitu:

63,538	(bentuk 3 desimal)
63,54	(bentuk 2 desimal)
64	(bentuk 2 a.p.)

Kesalahan pembulatan

Kesalahan pembulatan adalah ketidakakuratan hasil perhitungan yang disebabkan oleh pembulatan yang dilakukan pada suatu bilangan. Contohnya jika 0,69473 dibulatkan menjadi 0,69 maka tingkat kesalahan pembulatannya adalah 0,69473 − 0,69 yaitu sebesar 0,00473. Umumnya pembulatan dilakukan setelah didapatkan jawaban akhir dari suatu perhitungan matematika. Jika pembulatan dilakukan dalam setiap tahapan perhitungan, maka jawaban akhir akan jauh dari akurat.

PANGKAT DAN BENTUK BAKU

Perhitungan aritmetika yang melibatkan bilangan yang sangat besar ataupun bilangan yang sangat kecil akan bisa jadi cukup menyulitkan. Dalam hal ini, pangkat dan bentuk baku memungkinkan kita untuk menulis bilangan-bilangan tersebut dengan cara yang lebih sederhana dan teratur.

Eksponen

Eksponen adalah suatu bilangan kecil yang ditulis di pojok kanan atas suatu bilangan dan menunjukkan operasi pemangkatan (perkalian dengan dirinya sendiri). Eksponen menunjukkan banyaknya perkalian terhadap diri sendiri yang dilakukan.

Contoh: $a^2 = a \times a$
$a^3 = a \times a \times a$

(a adalah sembarang bilangan)

Jadi, $4^2 = 4 \times 4$
$6^4 = 6 \times 6 \times 6 \times 6$

Eksponen negatif menunjukkan kebalikan dari suatu bilangan yang memiliki eksponen positif.

Contoh: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

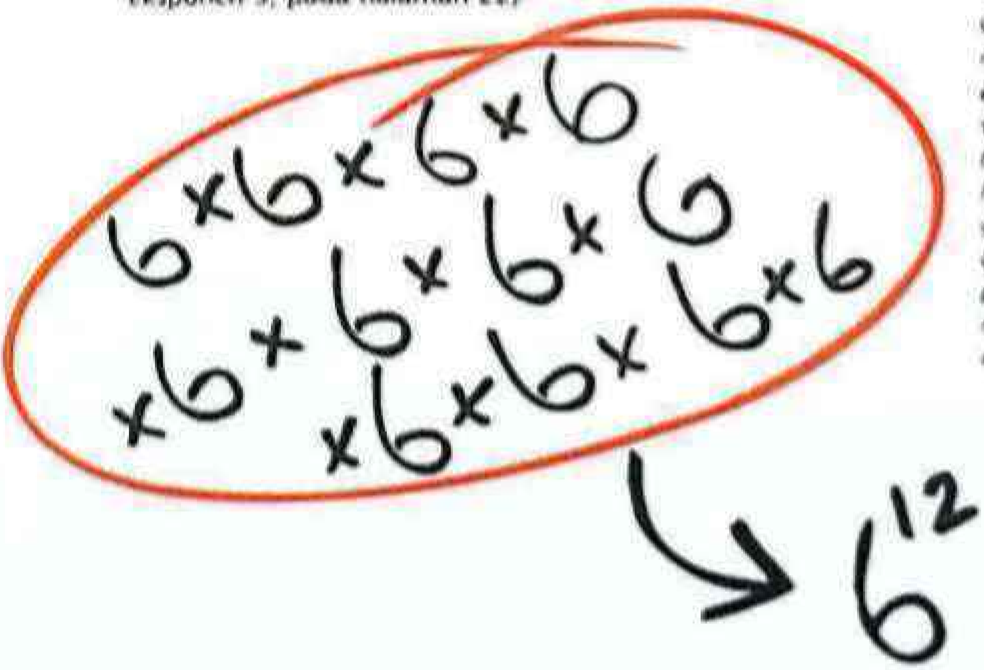
(a dan n adalah sembarang bilangan)

Jadi, $6^{-2} = \frac{1}{6^2}$

Pecahan atau eksponen pecahan

Eksponen pecahan adalah Eksponen dari suatu bilangan utuh yang berbentuk pecahan.

Contoh: $5^{\frac{1}{3}}$, yang berarti $\sqrt[3]{5}$ (lihat aturan eksponen 9, pada halaman 22)



Gambar di samping ini menunjukkan penggunaan **eksponen** untuk menyederhanakan suatu perhitungan aritmetika bilangan yang berukuran besar. Perkalian 6 sebanyak 12 kali pada gambar di samping dapat disederhanakan dengan cara penulisan yang lebih pendek dan mudah dimengerti, yaitu dengan menuliskan 6^{12}.

Pangkat

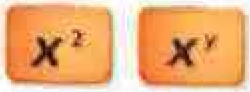
Pangkat adalah nilai suatu bilangan yang dipangkatkan.

Contoh: $4^2 = 4 \times 4 = 16$

Jadi, 16 adalah hasil dari 4 pangkat 2.

Selain eksponen, istilah pangkat juga sering digunakan. Contohnya: 4^2 dibaca 4 pangkat 2.

Jika suatu bilangan dipangkatkan 2 berarti pada bilangan tersebut dilakukan operasi kuadrat. Jika suatu bilangan dipangkatkan 3 berarti pada bilangan tersebut dilakukan operasi kubik.



Gunakan tombol indeks pada kalkulator ilmiah untuk mengkuadratkan suatu bilangan (x^2) atau (x^y) memangkatkan suatu bilangan.

Aturan Eksponen

Aturan eksponen adalah sebagai berikut:

1. Untuk mengalikan bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama adalah dengan menjumlahkan pangkat bilangan-bilangan tersebut.
$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$
dengan *a*, *n*, dan *m* adalah sembarang bilangan
Contoh: $4^2 \times 4^4 = 4^{2+4} = 4^6$
karena $4^2 \times 4^4 = (4 \times 4) \times (4 \times 4 \times 4 \times 4)$
$= 4^6$
Aturan ini tidak berlaku jika bilangan-bilangan yang dipangkatkan tidak memiliki bilangan pokok yang sama.

2. Untuk melakukan operasi pembagian pada bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama adalah dengan melakukan operasi pengurangan pangkat bilangan-bilangan yang dipangkatkan.
$$a^n \div a^m = a^{n-m}$$
dengan *a*, *n*, dan *m* adalah sembarang bilangan
Contoh: $3^6 \div 3^2 = 3^{6-2} = 3^4$
karena $3^6 \div 3^2$
$= (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \div (3 \times 3) = 3^4$
Aturan ini tidak berlaku jika bilangan-bilangan yang dipangkatkan tidak memiliki bilangan pokok yang sama.

3. Nilai setiap bilangan yang memiliki pangkat 1 sama dengan nilai bilangan itu sendiri.
$$a^1 = a$$
(*a* adalah sembarang bilangan)
Contoh: $3^1 = 3$

4. Jika angka 1 dipangkatkan dengan sembarang bilangan maka hasilnya tetap 1.
$$1^n = 1$$
(*n* adalah sembarang bilangan)
Contoh: $1^6 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

5. Setiap bilangan yang dipangkatkan dengan nol hasilnya adalah 1. Aturan ini disebut **aturan pangkat nol**.
$$a^0 = 1$$
(*a* adalah sembarang bilangan)
Contoh: $2^0 = 1$
karena (menggunakan aturan kedua di atas)
$$\frac{a^m}{a^m} = 1 \text{ dan } \frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0$$
maka, $a^0 = 1$

6. Jika suatu bilangan berpangkat dipangkatkan maka cara pengerjaannya adalah dengan cara mengalikan pangkat-pangkat bilangan tersebut.
$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$
(*n* dan *m* adalah sembarang bilangan)
Contoh: $(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$
karena $(5^2)^3 = 5^2 \times 5^2 \times 5^2$
$= 5^{2+2+2} = 5^6$

7. Jika perkalian bilangan-bilangan dipangkatkan maka dapat ditulis sebagai perkalian bilangan-bilangan berpangkat
$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$
(*a*, *b*, dan *n* adalah sembarang bilangan)
Contoh: $(5 \times 3)^2 = 5^2 \times 3^2$
karena $(5 \times 3)^2 = 15^2 = 225$
dan $5^2 \times 3^2 = 25 \times 9 = 225$

8. Jika pembagian bilangan-bilangan dipangkatkan maka dapat dituliskan sebagai pembagian bilangan-bilangan berpangkat.
$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$
(a, b, dan m adalah sembarang bilangan)
Contoh: $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3^3}{4^3}$
karena $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$
dan $\frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$

9. Pangkat pecahan dapat dikalikan dan dibagi dengan cara yang sama seperti aturan eksponen.
Contoh: $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 6^1 = 6$
pada pangkat pecahan, jika $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}} = 6$,
maka $6^{\frac{1}{2}}$ adalah akar kuadrat dari 6 dan dapat ditulis dalam bentuk:
$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$
bentuk tersebut dapat pula berlaku pada sembarang bilangan yang dipangkatkan $\frac{1}{3}$.
Contoh: $5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 5^1 = 5$
Dengan demikian, $5^{\frac{1}{3}}$ adalah akar pangkat tiga dari 5 dan dapat ditulis dalam bentuk:
$$a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$
Secara umum, pangkat pecahan menghasilkan bentuk bilangan akar.
$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \text{ dan } a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Akar Pangkat Tiga 11. Desimal 19. Pangkat 21. Pangkat Pecahan 21. Massa 72. Angka Penting 9. Akar Kuadrat 11

Bentuk Baku

Bentuk baku adalah metode penulisan bilangan dalam bentuk $a \times 10^n$. Dalam hal ini, a bernilai dari 1 hingga 10 ($1 \leq a \leq 10$).
Contoh: $63.000 = 6{,}3 \times 10^4$

Bentuk baku dikenal juga sebagai notasi ilmiah.

Untuk menulis suatu bilangan dalam bentuk baku, koma desimal diletakkan di antara angka penting pertama dan angka penting kedua. Angka-angka tersebut adalah angka di antara 1 sampai 10. Berikutnya, tentukan pangkat 10 yang sesuai dengan menghitung banyaknya digit disebelah kiri atau kanan koma desimal pada bilangan baku yang dihasilkan sama dengan bilangan sebelumnya.

Jika bilangan baku yang dihasilkan lebih kecil dari bilangan aslinya, maka bilangan bentuk baku tersebut memiliki pangkat positif dengan bilangan pokok 10. Hal ini karena bilangan tersebut harus dinaikkan agar senilai dengan bilangan sebelumnya. Namun, bila bilangan bentuk baku yang dihasilkan lebih besar dari bilangan aslinya, maka bilangan bentuk baku tersebut memiliki pangkat negatif dengan bilangan pokok 10.

Massa bulan memiliki 23 digit dalam ukuran kilogram. Dalam bentuk baku, massa bulan ditulis sebagai 7,35 × 10²² kg.

Contoh: penulisan 683 000 000 dalam bentuk baku adalah:

Letak koma desimal pada bilangan bentuk baku — *Letak tanda desimal pada bilangan aslinya*

$$6{,}83000000 \times 10^8$$

Koma desimal bergeser 8 digit ke kiri

Penulisan 0,000 058 42 dalam bentuk baku adalah:

Letak koma desimal pada bilangan bentuk baku — *Letak tanda desimal pada bilangan aslinya*

$$000005{,}842 \times 10^{-5}$$

Koma desimal bergeser 5 digit ke kiri

Bentuk baku sangat berguna untuk membandingkan bilangan-bilangan besar dan bilangan-bilangan kecil. Contohnya, 97.430.000.000 ditulis dalam bentuk baku sebagai $9{,}743 \times 10^{10}$ dan 785.300.000 ditulis dalam bentuk baku sebagai $7{,}853 \times 10^8$. Dengan membandingkan pangkatnya, kamu dapat melihat bahwa 10^8 lebih kecil dari 10^{10}, jadi kita mengetahui perbandingan nilai bilangan-bilangan itu.

Kalkulator dan bentuk baku

Biasanya kalkulator menggunakan bentuk baku untuk menunjukkan bilangan yang ukuran digitnya melebihi kapasitas digit kalkulator.

Kalkulator ilmiah memiliki cara yang berbeda-beda, dalam menunjukkan penulisan bentuk baku, diantaranya adalah: "E", "EE", "EX", atau "EXP" untuk menunjukkan perkalian pangkat 10 dari suatu bilangan. Contoh penulisan lainnya adalah sebagai berikut:

1,4567 EXP12	berarti $1{,}4567 \times 10^{12}$
5,856 EE -6	berarti $5{,}856 \times 10^{-6}$
32,25 9	berarti $32{,}25 \times 10^9$

EXP

Gunakan tombol EXP pada kalkulator ilmiah untuk mengalikan sebuah bilangan dengan kelipatan 10.

PERBANDINGAN (RASIO) DAN PROPORSI

Rasio adalah perbandingan dua besaran dalam urutan tertentu. Sebagai contoh, jika dalam suatu ruangan terdapat 3 orang wanita dan 8 orang pria, maka rasio/perbandingan antara pria dan wanita adalah 8 banding 3 (ditulis 8 : 3) dan perbandingan antara wanita dengan pria adalah 3 banding 8 (ditulis 3 : 8). Simbol perbandingan ditulis dengan tanda titik dua (":"). Cara penulisan rasio untuk 8 banding 3 adalah 8 : 3 atau dapat ditulis dalam bentuk pecahan $\frac{8}{3}$.

Perbandingan bintang dan lingkaran 5 : 4

Perbandingan satuan
Perbandingan satuan adalah perbandingan bilangan yang salah satu pembandingnya adalah 1.
Contoh: 1 : 3 dan 8 : 1

Perbandingan yang memiliki lebih dari dua pembanding
Perbandingan semacam ini adalah perbandingan yang dilakukan lebih dari 2 pembanding. Misalkan $a : b : c$ adalah gabungan dari perbandingan $a : b$, $b : c$, dan $a : c$.

Perbandingan senilai
Perbandingan senilai adalah perbandingan yang terdiri dari 2 buah perbandingan atau lebih yang memiliki nilai sama. Contoh, 4 : 6 dan 8 : 12 disebut perbandingan karena jika kedua perbandingan tersebut **disederhanakan** akan menjadi 2 : 3. Untuk menentukan perbandingan senilai dapat dilakukan dengan cara mengalikan atau membagi setiap bagian perbandingan dengan angka yang sama yang disebut **konstanta**.
Contoh: Perbandingan senilai dari 2 : 4 adalah:
1 : 2 (2 : 4 masing-masing bagiannya dibagi dengan 2)
4 : 8 (2 : 4 masing-masing bagiannya dikalikan dengan 2)

Membandingkan rasio
Cara untuk membandingkan rasio adalah dengan menuliskan rasio tersebut dalam bentuk pecahan yang memiliki penyebut yang sama, lalu dibandingkan. Sebagai contoh, langkah-langkah untuk mengetahui perbandingan mana yang lebih besar dari 3 : 4 dan 5 : 6 adalah sebagai berikut:

1. tuliskan dalam bentuk pecahan
2. samakan penyebut pecahan-pecahan tersebut
3. bandingkan pecahan-pecahan tersebut

$$3 : 4 = \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \text{dan} \quad 5 : 6 = \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$$

$\frac{10}{12}$ lebih besar dibandingkan dengan $\frac{9}{12}$, sehingga 5 : 6 lebih besar dari 3 : 4.

Jika perbandingan-perbandingan tersebut memiliki nilai yang sama, maka kita harus memeriksa satuan pengukuran dalam perbandingan-perbandingan tersebut (harus dalam satuan pengukuran yang sama), misalnya satuan panjang (m). Dalam perbandingan yang memiliki satuan pengukuran yang berbeda, biasanya diubah ke dalam bentuk satuan pengukuran yang lebih kecil.
Contoh: 1 m : 47 cm = 100 cm : 47 cm = 100 : 47

Penyederhanaan Perbandingan

Perbandingan seringkali dapat **disederhanakan** ke dalam bentuk yang paling kecil hingga menjadi perbandingan dalam bilangan bulat yang tidak dapat dipecah lagi. Untuk melakukan penyederhanaan dalam suatu perbandingan dapat dilakukan dengan cara mengalikan atau membagi setiap bagian dari perbandingan tersebut dengan bilangan yang sama agar nilai perbandingan tidak berubah. Jika perbandingan tersebut telah menjadi bentuk perbandingan yang paling kecil, maka perbandingan tersebut dikatakan **perbandingan paling sederhana**.

Menyederhanakan perbandingan bilangan bulat
Dalam melakukan penyederhanaan semacam ini, hal yang pertama kali harus diperhatikan adalah kesamaan satuan. Suatu perbandingan dapat disederhanakan dengan cara membagi setiap bagian perbandingan dengan FPB dari bilangan-bilangan tersebut.

Contoh: Tuliskan perbandingan berikut dalam bentuk yang paling sederhana 40 menit : 2 jam

40 menit : 2 jam
= 40 menit : 120 menit (2 jam = 120 menit)
= 40 : 120 (bagi keduanya dengan 40)
= 1 : 3

Jadi, perbandingan paling sederhana 40 menit : 2 jam adalah 1 : 3.

Jika dalam suatu perbandingan tidak memiliki faktor persekutuan (misalnya 7 : 9), maka perbandingan tersebut adalah bentuk perbandingan yang paling sederhana.

Menyederhanakan perbandingan pecahan
Seperti penyederhanaan sebelumnya, hal pertama yang harus dilakukan dalam melakukan perbandingan adalah terlebih dulu menyamakan satuan pengukuran. Lalu kalikan perbandingan-perbandingan tersebut dengan bilangan yang sama agar bentuk pecahan pada perbandingan tersebut berubah menjadi bentuk bilangan bulat. Sebagai contoh, untuk menuliskan $\frac{1}{2} : 2$ dalam bentuk perbandingan yang paling sederhana maka kalikan setiap bilangan pada perbadingan tersebut dengan 2

$$\frac{1}{2} \times 2 = 1 \quad \text{dan} \quad 2 \times 2 = 4$$

Jadi, bentuk perbandingan paling sederhana dari $\frac{1}{2} : 2$ adalah 1 : 4.

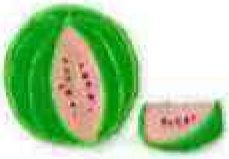
Faktor sama 11, Pecahan 17, Gradien 80, Grafik (Garis) 110, Faktor Persekutuan Terbesar 11, Kelipatan Persekutuan Terkecil 11, Perkalian 14.

Proporsi

Jika dua besaran berubah dengan jumlah yang saling mempengaruhi, simbol yang digunakan dalam proporsi adalah $\propto$.

Proporsi langsung

Proporsi langsung adalah hubungan antara 2 besaran atau lebih yang memiliki nilai berbanding lurus. Jika nilai suatu besaran naik, maka nilai besaran yang lain juga akan naik sesuai dengan perbandingannya. Sebaliknya, jika nilai suatu besaran turun, maka nilai besaran yang lain juga akan turun sesuai dengan perbandingannya.



Sebagai contoh, jika sebuah semangka dibagikan untuk 8 orang, maka rasio semangka terhadap orang adalah 1 : 8.

Hal ini sama dengan 2 buah semangka dibagi untuk 16 orang (2 × 8) dan setengah bagian semangka dibagi untuk 4 orang.

Banyaknya orang yang mendapat bagian buah semangka disebut **proporsi langsung** terhadap jumlah semangka.

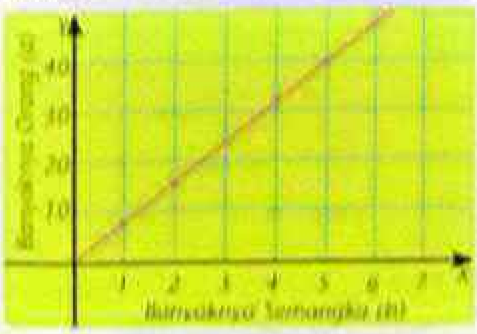
Jika, a proporsi langsung b, maka cara penulisannya adalah $a \propto b$. Hubungan antara besaran a dan b disebut konstanta proporsional dan ditulis:

$$a = kb$$

(k adalah konstanta proporsional)

Pada contoh di atas, perbandingan orang (besaran a) terhadap semangka (besaran b) adalah 8 : 1. Jadi, konstanta proporsinya adalah 8. Ini berarti banyaknya orang yang mendapat bagian dari sebuah semangka selalu delapan kali lipat dari banyaknya semangka.

Grafik di bawah ini menunjukkan proporsi antara banyaknya semangka dan banyaknya orang



Jika kita menarik garis pada titik-titik yang menghubungkan nilai-nilai a dan nilai-nilai b pada grafik, maka kita akan mendapatkan sebuah garis lurus yang melalui titik (0,0) dengan gradien k.

Proporsi terbalik

Proporsi terbalik adalah hubungan antara 2 besaran atau lebih yang memiliki nilai berbanding terbalik. Dalam hal ini, jika nilai suatu besaran naik, maka nilai besaran lain akan turun sesuai dengan perbandingannya. Sebaliknya, jika nilai suatu besaran turun maka nilai besaran lain akan naik sesuai dengan perbandingannya.

Sebagai contoh, tabel di bawah ini menunjukkan lamanya waktu suatu perjalanan yang berjarak 120 km jika ditempuh dengan kecepatan yang berbeda.

120 km

Kecepatan (km/jam)	20	40	60	80
Waktu tempuh (jam)	6	3	2	1,5

Dari tabel di atas, dapat disimpulkan bahwa waktu tempuh perjalanan semakin berkurang seiring dengan naiknya kecepatan. Ini adalah salah satu contoh proporsi terbalik. Pada kasus di atas, waktu tempuh perjalanan dikatakan berbanding terbalik dengan kecepatan.

Jika proporsi antara besaran a dan besaran b berbanding terbalik, maka cara penulisannya adalah $a \propto \frac{1}{b}$. Hubungan proporsi terbalik juga dapat ditulis dalam bentuk:

$$a = \frac{k}{b} \quad \text{atau} \quad a \times b = k$$

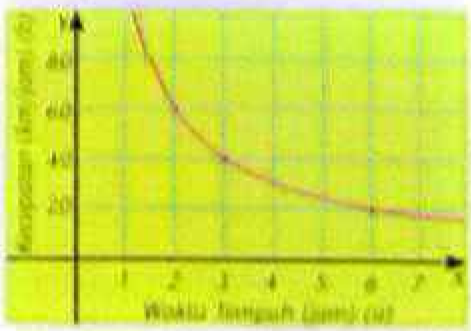
(k adalah konstanta proporsional)

Pada contoh di atas, perkalian antara kecepatan dan waktu tempuh hasilnya selalu sama, yaitu 120 km. Jadi **konstanta proporsinya** adalah 120. Artinya, jika jarak yang ditempuh adalah 120 km maka waktu tempuh yang diperlukan adalah jarak tempuh (120 km) dibagi dengan kecepatan kendaraan.

Semua bentuk proporsi terbalik memiliki sifat:

"Hasil kali dari dua besaran pada proporsi terbalik adalah konstanta"

Grafik di bawah ini menunjukkan waktu yang dibutuhkan untuk menempuh jarak 120 km dengan kecepatan yang berbeda-beda.



Jika kita menarik garis pada titik-titik yang menghubungkan nilai-nilai a dan nilai-nilai b, maka kita akan mendapatkan grafik resiprokal yang berbentuk sebuah kurva.

Menyelesaikan Masalah Perbandingan

Langkah-langkah untuk membagi suatu besaran yang memiliki perbandingan

1. Jumlahkan pembanding untuk mengetahui nilai total perbandingan.
2. Bagi nilai besaran yang diketahui dengan total perbandingan untuk menentukan nilai satu bagian.
3. Kalikan setiap bilangan dalam perbandingan dengan nilai satu bagian yang diperoleh untuk mengetahui nilai setiap bagian.

Sebagai contoh, jika sudut *a*, *b*, dan *c* dalam sebuah segitiga memiliki perbandingan 4 : 3 : 5, berapa besar tiap sudut segitiga tersebut?

Total perbandingan adalah $4 + 3 + 5 = 12$
Total sudut dalam sebuah segitiga = 180°. Berarti besarnya satu bagian sudut dari sebuah segitiga adalah $\frac{180°}{12} = 15°$, sehingga
besar sudut *a* adalah $4 \times 15° = 60°$
besar sudut *b* adalah $3 \times 15° = 45°$
besar sudut *c* adalah $5 \times 15° = 75°$

Membagi sebuah garis dengan perbandingan yang telah diketahui

Sebuah garis dapat dibagi dari dalam maupun dari luar dalam suatu perbandingan. Jika titik *P* terletak di antara titik *A* dan titik *B* dalam sebuah garis, maka garis *AB* dikatakan terbagi dari dalam. Dalam hal ini, pembanding pertama adalah garis AP dan pembanding kedua adalah garis PB. Contoh:

Garis AB terbagi dari dalam dengan perbandingan 3 : 2

Jika dalam sebuah garis, titik *P* terletak di luar garis *AB*, maka garis tersebut dikatakan terbagi dari luar. Jika pembanding pertama lebih besar dibandingkan dengan pembanding kedua maka titik *P* lebih dekat ke titik *B* daripada ke titik *A* dan titik *P* berada pada perpanjangan garis *AB*. Contoh:

Garis AB terbagi dari luar dengan perbandingan 3 : 2

Dengan perbandingan 3 : 2 berarti pembanding pertama lebih besar sehingga titik P lebih dekat dengan titik B

Jika pembanding kedua lebih besar dibandingkan dengan pembanding pertama maka titik *P* lebih dekat ke titik *A* daripada ke titik *B* dan titik *P* berada pada perpanjangan garis *BA*. Contoh:

Garis AB terbagi dari luar dengan perbandingan 2 : 3

Menyelesaikan Persoalan Proporsi

Metode satuan

Metode satuan adalah metode yang digunakan pada pembanding yang memiliki satuan pengukuran yang proporsional, yaitu dengan cara mencari nilai suatu bilangan pembanding lalu mengalikannya untuk mengetahui nilai pembanding yang lain.

Sebagai contoh, sebuah mesin mencetak 200 halaman dalam waktu 5 menit. Berapa halaman yang tercetak oleh mesin tersebut dalam 3 jam?

1. Tentukan banyaknya halaman yang dicetak dalam waktu 1 menit.
   a. Dalam 5 menit, mesin mencetak 200 halaman
   b. Berarti dalam 1 menit, mesin mencetak sebanyak $\frac{200}{5} = 40$ halaman
2. Tentukan berapa menit dalam waktu 3 jam
   a. 1 jam = 60 menit
   b. Berarti 3 jam = 180 menit

Dalam waktu 180 menit (3 jam), mesin tersebut akan mencetak sebanyak 180×40 halaman, yaitu 7.200 halaman.

Metode Perbandingan

Metode perbandingan merupakan metode pemecahan masalah menggunakan proporsi langsung. Dalam metode ini, perbandingan dituliskan dalam bentuk pecahan dengan nilai pembilang (*x*) yang tidak diketahui. Nilai *x* dapat dicari dengan cara mengalikan masing-masing pecahan dengan bilangan yang sama.

Sebagai contoh, sebuah mesin mencetak 200 halaman dalam waktu 5 menit. Berapa halaman yang tercetak oleh mesin tersebut dalam 3 jam?

Banyaknya halaman yang dicetak dalam waktu 3 jam berbanding lurus dengan banyaknya halaman yang dicetak dalam waktu 5 menit. Anggap *x* adalah banyaknya halaman yang dicetak dalam waktu 180 menit (3 jam), sehingga:

$$\frac{x}{180} = \frac{200}{5}$$

$$\cancel{180}^{1} \times \frac{x}{\cancel{180}_{1}} = 180 \times \frac{200}{5}$$

$$x = 180 \times \frac{200}{5}$$

$$x = \frac{36000}{5}$$

$$x = 7200$$

Jadi, mesin tersebut dapat mencetak sebanyak 7.200 halaman dalam waktu 3 jam.

Pecahan senilai *17*; **Desimal** *19*; **Proporsi Langsung** *25*; **Pecahan** *17*; **Kelipatan Pembagi Terkecil** *17*; **Pembilang** *17*; **Proporsi** *25*; **Rasio** *24*

PERSENTASE

Persentase adalah salah satu cara yang digunakan dalam penulisan suatu pecahan atau desimal yang ditulis dalam setiap 100 bagian (**persen** = per seratus bagian). Sebagai contoh, 10 persen (10%) artinya $\frac{10}{100}$ atau 10 dari 100.

%

Simbol yang digunakan untuk operasi persen adalah %

%

Gunakan tombol persen pada kalkulator untuk mencari persentase dari suatu bilangan

Mengubah bentuk pecahan atau desimal ke dalam bentuk persen

Caranya adalah dengan mengalikan pecahan atau desimal tersebut dengan 100.

Contoh: $\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4} \times 100\right)\% = \frac{300}{4}\% = 75\%$

$0{,}28 = (0{,}28 \times 100)\% = 28\%$

Pada kedua contoh di atas, nilai pecahan dan desimal yang ditulis adalah kurang dari 1 sehingga dalam bentuk persen nilainya adalah kurang dari 100%. Bentuk pecahan dan desimal akan memiliki nilai lebih dari 1 berarti memiliki nilai di atas 100% jika diubah ke dalam bentuk persen.

Contoh: $2\frac{1}{5} = \left(\frac{11}{5} \times 100\right)\%$

$= \frac{1100}{5}\% = \frac{220}{1}\%$

$= 220\%$

dan $1{,}16 = (1{,}16 \times 100)\% = 116\%$

Mengubah bentuk persen ke bentuk pecahan

Cara mengubah bentuk persen ke bentuk pecahan adalah dengan membagi bilangan tersebut dengan angka 100, lalu sederhanakan menjadi bentuk pecahan yang paling sederhana.

Contoh: $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

Mengubah bentuk persen ke bentuk desimal

Cara mengubah persen ke bentuk desimal adalah dengan cara langsung membagi dengan angka 100.

Contoh: $60\% = 0{,}6$

$5{,}2\% = 0{,}052$

Mencari bentuk persen dari nilai yang telah diketahui

Cara mencari bentuk persen yang nilainya telah diketahui yaitu dengan menuliskan bentuk persen ke dalam bentuk pecahan $\left(\frac{\%}{100}\right)$ dan kalikan dengan suatu bilangan. Cara lainnya adalah dengan menuliskan bentuk persen menjadi bentuk desimal dan mengalikannya dengan suatu bilangan.

Sebagai contoh, 5% dari sebuah populasi dalam sebuah kota yang terdiri dari 9.000 jiwa adalah

$\frac{5}{100} \times 9.000 = 450$ atau $0{,}05 \times 9000 = 450$

Menuliskan suatu bilangan sebagai persentase dari bilangan lain

Caranya adalah dengan membagi suatu bilangan dengan bilangan lain, lalu dikalikan dengan 100.

$$\textbf{Persen} = \frac{\textbf{Kuantitas A}}{\textbf{Kuantitas B}} \times 100\%$$

Sebagai contoh, dalam satu hari ada 51 bus yang datang ke terminal tepat waktu dari total 60 bus. Berapa persen bus yang datang ke terminal tepat waktu?

$\frac{\text{Banyaknya bus yang tepat waktu}}{\text{total bus}} \times 100\%$

$\frac{51}{60} \times 100\% = 85\%$

Jadi, sebanyak 85% bus datang tepat waktu.

Mencari nilai bilangan awal dari bentuk persen

Caranya adalah dengan membagi bilangan yang diketahui dengan nilai persen bilangan lain (untuk mencari nilai awal bilangan yang sebanding dengan 1%), lalu mengalikannya dengan 100 (untuk mencari nilai awal keseluruhan). Cara lainnya adalah dengan membagi bilangan yang diketahui dengan nilai persen dan ditulis dalam bentuk desimal. Metode ini sering kali disebut dengan **kebalikan pecahan**.

Sebagai contoh, 75% murid suatu kelas lulus ujian. Jika jumlah murid yang lulus ujian adalah 24 orang, maka berapa jumlah murid dalam kelas tersebut?

Cara 1:

Bagi 24 dengan 75 persen (ditulis dalam bentuk pecahan) untuk mencari banyaknya murid dalam 1%, lalu kalikan dengan 100 untuk mencari jumlah siswa dalam kelas tersebut.

$$\frac{24}{75} \times 100 = 32$$

Cara 2:

Bagi banyaknya murid yang lulus dengan nilai persen yang diketahui, lalu tuliskan dalam bentuk desimal.

$$24 : 0{,}75 = 32$$

Jadi, jumlah murid keseluruhan dalam kelas tersebut adalah 32 orang.

Perubahan Persen

Total perubahan nilai terhadap nilai awalnya yang dinyatakan dalam persen disebut **perubahan persen**.

$$\textbf{Perubahan Persen} = \frac{\text{Nilai Akhir} - \text{Nilai Awal}}{\text{Nilai Awal}} \times 100\%$$

Persen naik
Persen naik adalah perubahan persen secara positif. Cara perhitungannya dapat dilakukan sebagai berikut:

$$\textbf{Persen naik} = \frac{\text{Kenaikan Nilai}}{\text{Nilai Awal}} \times 100\%$$

Sebagai contoh, terdapat 750 siswa sebuah sekolah. Sekolah tersebut membuka pendaftaran baru untuk 75 orang siswa. Penulisan kenaikan jumlah siswa dalam bentuk persen adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\textbf{Persen Naik} &= \frac{75}{750} \times 100\\ &= \frac{1}{10} \times 100\\ &= \frac{100}{10}\\ &= 10\end{aligned}$$

Jadi, kenaikan jumlah murid yang terjadi di sekolah tersebut adalah 10%.

Persen turun
Persen turun adalah perubahan persen secara negatif. Cara perhitungannya dapat dilakukan sebagai berikut:

$$\textbf{Persen turun} = \frac{\text{Penurunan Nilai}}{\text{Nilai Awal}} \times 100\%$$

Sebagai contoh, setiap pekerja dalam suatu pabrik dapat memproduksi mobil sebanyak 60 unit per tahun. Namun, pada tahun berikutnya produksi mobil turun menjadi 57 mobil. Berapakah persentase penurunan produksinya?

Penurunan jumlah produksi mobil $= 60 - 57 = 3$

$$\begin{aligned}\text{Persentase penurunan produksi} &= \frac{3}{60} \times 100\\ &= \frac{1}{20} \times 100\\ &= \frac{100}{20}\\ &= 5\end{aligned}$$

Jadi, penurunan produksi yang dialami pabrik mobil adalah sebesar 5%.

Bunga

Jika kita menyimpan sejumlah uang dalam rekening suatu bank, maka uang tersebut akan digunakan oleh bank untuk memberikan pinjaman kepada pihak-pihak lain yang membutuhkan. Sebagai timbal baliknya, bank akan memberikan sejumlah uang kepada kita atas jasa simpanan yang kita lakukan dalam jumlah tertentu. Hal semacam ini disebut **bunga**.

Sama halnya ketika kita meminjam sejumlah uang dari bank, maka selain diwajibkan untuk mengembalikan pinjaman tersebut, kita akan diminta untuk membayar sejumlah uang dalam jumlah tertentu sebagai jasa pinjaman yang diberikan oleh bank. Jumlah uang pinjaman awal disebut **pinjaman pokok**.

Tingkat suku bunga adalah jumlah uang yang dihasilkan (untuk penabung) atau dikenakan (bagi peminjam) dalam kurun waktu 1 tahun. Suku bunga dituliskan dalam bentuk **persen per tahun** dari pinjaman pokok. Sebagai contoh, suku bunga 4% per tahun berarti untuk setiap pinjaman Rp1.000.000,00 maka uang jasa yang dikenakan adalah Rp40.000,00 (4% dari Rp1.000.000,00) pada akhir tahun.

Ada 2 jenis bunga, yaitu bunga tunggal dan bunga majemuk. Cara perhitungannya pun dilakukan dengan cara yang berbeda.

Bunga tunggal
Bunga tunggal adalah bunga yang dihasilkan atau dibayar hanya berdasarkan **pinjaman pokok** tanpa penambahan bunga turunan. Pada sistem bunga tunggal dikenal dengan istilah bunga tidak berbunga (bunga tetap).

Bunga majemuk
Bunga majemuk adalah bunga yang dihasilkan atau dibayar berdasarkan pinjaman pokok termasuk bunga dari pinjaman pokok tersebut. Istilah untuk sistem bunga majemuk adalah bunga berbunga.

Pengali
Pengali adalah sebuah bilangan yang ketika dikalikan dengan **pinjaman pokok** menghasilkan jumlah uang yang disimpan atau yang harus dibayarkan pada akhir periode (biasanya per tahun). Pengali biasanya ditulis dengan angka 1 ditambah dengan persentase bunga yang ditulis dalam bentuk desimal. Sebagai contoh, pengali dari suku bunga sebesar 6% adalah 1,06.

Desimal 19, Persentase 27

Perhitungan bunga tunggal

$$\text{Bunga Tunggal} = \frac{P \times R \times T}{100}$$

dengan *P* adalah **pinjaman pokok**, *R* adalah **suku bunga** (dalam persen) dan *T* adalah lamanya waktu menabung (biasanya dalam tahun).
Untuk menghitung jumlah tabungan adalah sebagai berikut.

$$\text{Jumlah Tabungan} = P + \frac{P \times R \times T}{100}$$

Contoh:
Jika seseorang menabung sebesar Rp5.000.000,00 dengan suku bunga 4% per tahun, maka bunga yang didapatkan orang tersebut adalah Rp200.000,00 per tahun. Cara perhitungannya adalah sebagai berikut.

$$\frac{\text{Rp}5.000.000{,}00 \times 4 \times 1}{100} = \text{Rp}200.000{,}00$$

Jumlah tabungan pada akhir tahun adalah Rp5.200.000,00 (tabungan awal + bunga yang didapatkan dalam 1 tahun).

Perhitungan bunga majemuk (cara konvensional)

Cara perhitungan bunga majemuk adalah dengan menggunakan unsur **pengali** untuk menghitung jumlah uang beserta bunga setiap tahunnya. Lalu, jumlah tersebut dijadikan modal awal untuk perhitungan pembayaran tahun berikutnya, dan seterusnya.

Contoh:
Jika seseorang menabung sebesar Rp5.000.000,00 dengan bunga majemuk 4% per tahun, maka jumlah uang yang dimilikinya pada akhir tahun pertama adalah Rp5.200.000,00 (didapat dari Rp5.000.000,00 × 1,04). Pada tahun kedua, perhitungan bunga dilakukan berdasarkan jumlah uang pada akhir tahun pertama, yaitu Rp5.200.000,00 sebagai simpanan pokok (yang didapat dari simpanan awal ditambah beban bunga pada tahun pertama), dan seterusnya.

Jumlah uang pada akhir tahun pertama
= Rp5.000.000,00 × 1,04 = Rp5.200.000,00
Jumlah uang pada akhir tahun kedua
= Rp5.200.000,00 × 1,04 = Rp5.408.000,00
Jumlah uang pada akhir tahun ketiga
= Rp5.408.000,00 × 1,04 = Rp5.624.300,00

Perhitungan bunga majemuk pada jumlah yang besar tidak akan efektif dan menghabiskan banyak waktu. Untuk mempermudah perhitungannya, dapat dilakukan perhitungan bunga majemuk dengan cara singkat.

Perhitungan bunga majemuk (cara cepat)

Misalkan seseorang menabung sebesar Rp5.000.000,00 dengan bunga majemuk 5% per tahun.

Pada akhir tahun pertama, simpanan pokoknya menjadi
Rp5.000.000,00 × 1,05
(modal pokok × pengali)

Pada akhir tahun kedua, simpanan pokoknya menjadi
(Rp5.000.000,00 × 1,05) × 1,05
= Rp5.000.000,00 × $(1,05)^2$

Pada akhir tahun ketiga, simpanan pokoknya menjadi
(Rp5.000.000,00 × 1,05) × 1,05 × 1,05
= Rp5.000.000,00 × $(1,05)^3$

Pola perhitungan semacam ini juga dapat diterapkan untuk menghitung simpanan pokok:

Setelah 6 tahun	Rp5.000.000,00 × $(1,05)^6$
Setelah 10 tahun	Rp5.000.000,00 × $(1,05)^{10}$
Setelah *n* tahun	Rp5.000.000,00 × $(1,05)^n$

Bilangan yang menjadi pangkat dari pengali disebut **faktor pengali**, yaitu lamanya waktu menabung (jumlah tahun). Sehingga untuk mendapatkan jumlah tabungan yang menggunakan bunga majemuk dapat dihitung dengan cara sebagai berikut.

$$\text{Jumlah tabungan} = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T$$

$$\text{Bunga majemuk} = P \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^T - P$$

Dengan *P* adalah **simpanan pokok**, *R* adalah **suku bunga** per tahun, dan *T* adalah lamanya waktu menabung (dalam tahun).

Sebagai contoh, jika kita menabung sebesar Rp200.000,00 dalam waktu 5 tahun dengan suku bunga majemuk 4%, maka jumlah uang setelah 5 tahun adalah Rp243.300,00.

$200.000 \times (1,04)^5$
$= 200.000 \times 1,2167$
$= 243.300$

GEOMETRI

Geometri adalah ilmu yang mempelajari sifat-sifat bidang dan ruang, mulai dari bentuk segitiga yang sederhana hingga bangun ruang yang kompleks.

Geometri adalah ilmu yang mempelajari bentuk dan hubungannya, misalnya segitiga dan ikosahedron

Titik

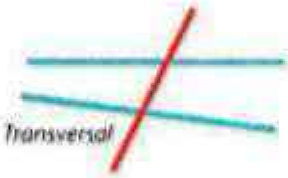
Posisinya ditunjukkan dengan koordinat. Titik tidak memiliki panjang, lebar, maupun ketebalan. Biasanya digambarkan dengan titik-titik kecil atau dua garis yang bersilangan.

Ruas garis

Ruas garis adalah bagian dari suatu garis lurus yang berada di antara dua **titik**. Ruas garis memiliki panjang tertentu. Pada dasarnya, sebuah garis membentang tanpa batas pada 2 arah yang berlawanan. Garis dan ruas garis terletak pada dimensi yang sama. Keduanya memiliki panjang, namun tidak memiliki lebar dan ketebalan.

Garis transversal

Garis transversal adalah garis yang memotong dua garis atau lebih.



Horizontal

Horizontal adalah suatu cara menggambar **garis** atau **bidang** yang tegak lurus (90°) terhadap garis vertikal.

Vertikal

Vertikal adalah suatu cara menggambar **garis** atau **bidang** yang tegak lurus (90°) terhadap sumbu datar.

Tegak lurus

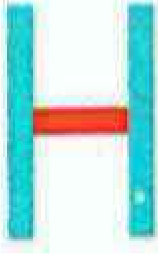
Tegak lurus adalah suatu cara menggambar garis atau bidang yang membentuk sudut siku-siku (90°) dengan garis atau bidang lainnya.

Sejajar

Sejajar adalah suatu cara menggambar kumpulan garis atau kurva yang tidak pernah berpotongan dan selalu memiliki jarak yang sama.

Garis merah pada huruf "H" adalah horizontal.

Garis hijau adalah vertikal. Selain itu, garis hijau juga disebut garis yang sejajar karena selalu memiliki jarak yang sama dan tidak pernah berpotongan.



Dalam sebuah diagram, tanda panah semacam ini digunakan untuk menyatakan garis sejajar.

Kolinear

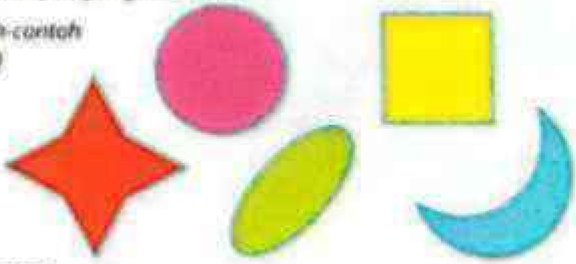
Kolinear adalah cara menggambarkan titik-titik dalam sebuah garis lurus atau titik-titik yang merupakan bagian suatu garis lurus.

Titik A, B, dan C adalah kolinear, demikian juga halnya dengan titik D, E, B, F juga merupakan kolinear. Namun, titik C, B, dan F tidak kolinear karena tidak berada dalam satu garis lurus.

Bidang

Bidang adalah sebuah bangun 2 dimensi yang memiliki panjang dan lebar.

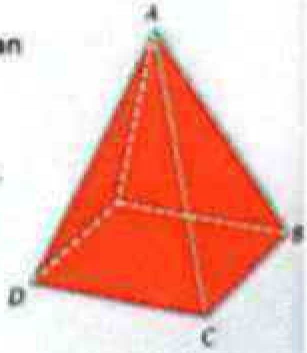
Contoh-contoh bidang



Koplanar

Koplanar adalah cara yang digunakan untuk menunjukkan titik-titik yang terletak pada bidang yang sama.

Pada gambar di samping, titik A, C dan D adalah koplanar. Titik A, B, dan E juga merupakan koplanar. Namun A, B, C, dan D bukan merupakan koplanar karena tidak terletak pada bidang yang sama.

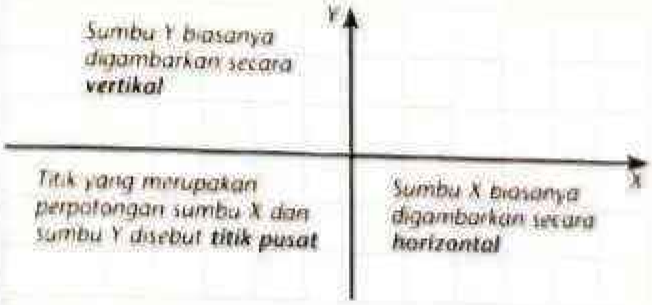


Bangun ruang

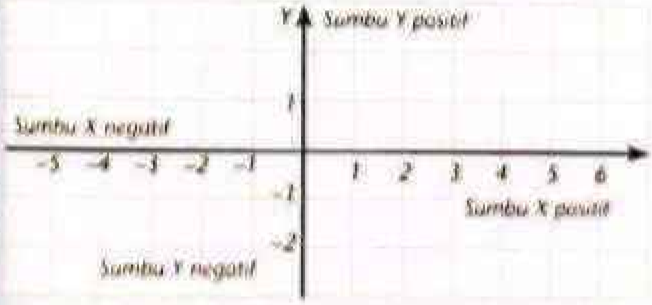
Bangun ruang merupakan bangun 3 dimensi yang memiliki panjang, lebar, dan tinggi.

Sistem koordinat cartesius

Sistem koordinat cartesius adalah sebuah sistem yang digunakan untuk menunjukkan posisi titik-titik pada sebuah bidang atau ruang yang memiliki jarak dengan titik (0,0) atau titik pusat cartesius. Posisi titik-titik dalam sebuah bidang ditunjukkan oleh 2 garis sumbu, yaitu sumbu *X* dan sumbu *Y*. Kedua sumbu tersebut membentuk sudut siku-siku (sudut 90°) dan membentuk **sistem koordinat persegi panjang**.



Titik-titik sepanjang sumbu *X* yang berada di sebelah kanan titik pusat adalah sumbu *X* positif, sedangkan titik-titik sepanjang sumbu *X* yang berada di sebelah kiri titik pusat adalah sumbu *X* negatif. Titik-titik sepanjang sumbu *Y* yang berada di atas titik pusat adalah sumbu *Y* positif, sedangkan titik-titik sepanjang sumbu *Y* yang berada di bawah titik pusat adalah sumbu *Y* negatif.

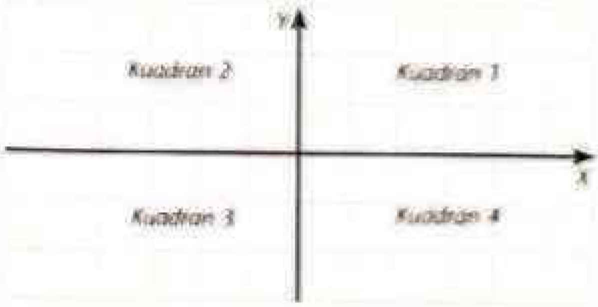


Koordinat Cartesius

Koordinat (*x*, *y*) menunjukkan posisi sebuah titik yang mempunyai jarak tertentu dari titik pusat. Koordinat titik *x* adalah jarak antara titik *x* dengan titik pusat sejajar sumbu *X*. Koordinat titik *y* adalah jarak antara titik *y* dengan titik pusat yang sejajar sumbu *Y*. Dalam penulisan titik koordinat, koordinat *x* selalu ditulis terlebih dahulu.

Kuadran

Kuadran adalah empat daerah yang terbentuk dari perpotongan sumbu *X* dan sumbu *Y*. (Kuadran juga digunakan dalam pembahasan lingkaran, lihat halaman 65).



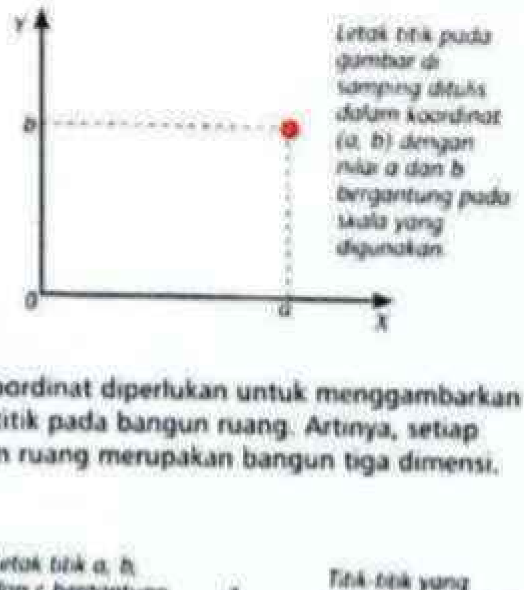
Dimensi

Dimensi adalah banyaknya koordinat yang diperlukan untuk menggambarkan sebuah titik pada bangun ruang.

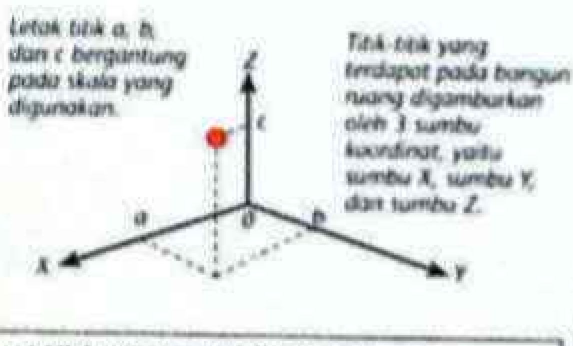
Posisi titik pada sebuah **garis** atau **ruas garis** dapat ditunjukkan oleh sebuah koordinat. Artinya, garis lurus adalah bangun berdimensi 1.

Posisi koordinat a adalah 3

Dua koordinat diperlukan untuk menggambarkan posisi titik pada suatu **bidang**, sehingga bidang adalah bangunan dua dimensi.

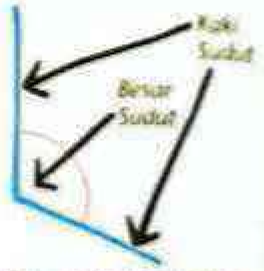


Tiga koordinat diperlukan untuk menggambarkan posisi titik pada bangun ruang. Artinya, setiap bangun ruang merupakan bangun tiga dimensi.



SUDUT

Sebuah sudut dibentuk ketika 2 garis yang berbeda bertemu di suatu titik. Sudut diukur melalui jumlah putaran yang ditempuh oleh sebuah garis (dengan titik temu garis sebagai titik pusat) untuk mencapai posisi garis lain (yang membentuk sudut dengan garis tersebut). Perputaran itu memiliki ukuran dalam **derajat** (°). Berdasarkan ukurannya, sudut dibagi menjadi beberapa jenis, yaitu:

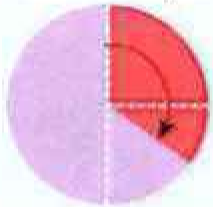


Sebuah sudut dibentuk oleh dua garis yang disebut kaki sudut.

Sudut nol derajat

Pada sudut nol derajat tidak terdapat perputaran.

Sudut tumpul

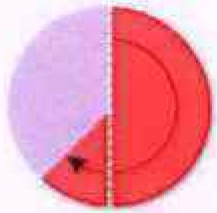


Sudut tumpul adalah sudut yang besarnya lebih dari 90° dan kurang dari 180°.

Sudut 360 derajat

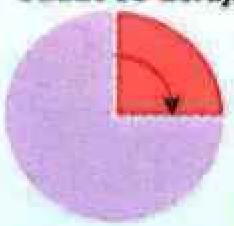
Sudut 360° adalah sudut yang terbentuk dari satu putaran penuh.

Sudut refleks



Sudut refleks adalah sudut yang lebih besar dari 180°.

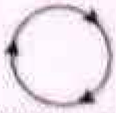
Sudut 90 derajat (sudut siku-siku)



Sudut 90° adalah sudut yang terbentuk dari perputaran seperempat lingkaran. Garis 90° disebut juga garis tegak lurus.

Kedua garis di samping saling tegak lurus

Simbol ini digunakan untuk menunjukkan bahwa sudut tersebut merupakan sudut siku-siku

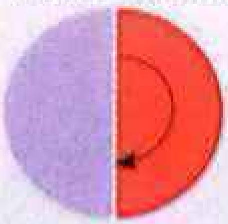


Perputaran searah jarum jam

Perputaran berlawanan arah jarum jam

*Jarum menit melakukan perputaran penuh 360 derajat, setiap jam. Perputaran yang mengikuti pergerakan jarum jam disebut **perputaran searah jarum jam**. Jika sebaliknya, maka dikatakan **perputaran berlawanan arah jarum jam**.*

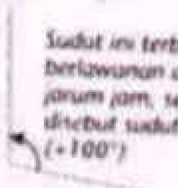
Sudut 180 derajat (sudut lurus)



Sudut 180° adalah sudut yang terbentuk dari perputaran setengah lingkaran.

Sudut positif

Sudut positif adalah sudut yang dibentuk berlawanan arah jarum jam.



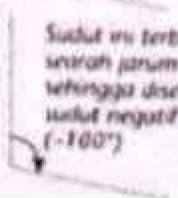
Sudut ini terbentuk berlawanan arah jarum jam, sehingga disebut sudut positif (+100°)

Sudut lancip

Sudut lancip adalah sudut yang besarnya kurang dari 90°.

Sudut negatif

Sudut negatif adalah sudut yang dibentuk searah jarum jam.



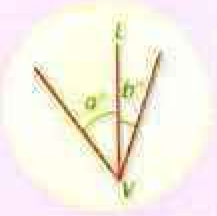
Sudut ini terbentuk searah jarum jam, sehingga disebut sudut negatif (-100°)

Pasangan Sudut

Selain berdasarkan ukurannya, sudut juga dapat dikelompokkan berdasarkan hubungannya dengan garis atau dengan sudut lain. Jenis-jenis sudut tersebut adalah sebagai berikut.

Sudut yang bersebelahan

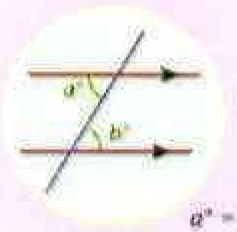
Sudut yang bersebelahan adalah sudut yang memiliki titik pusat sama dan memiliki salah satu sisi yang sama.



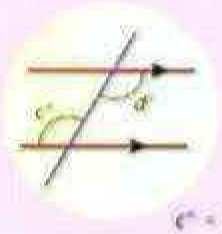
Sudut a dan b disebut sudut bersebelahan karena salah satu sisinya sama dan memiliki titik pusat yang sama.

Sudut berseberangan

Sudut yang berseberangan adalah sudut yang terbentuk secara berlawanan pada suatu garis transversal yang berada di antara 2 buah garis sejajar. Besar sudut yang saling berseberangan adalah sama.



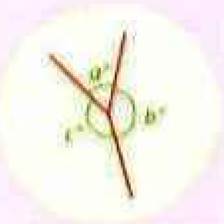
$a^\circ = b^\circ$



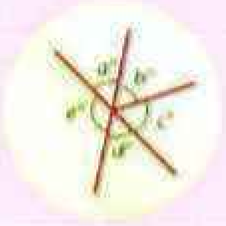
$c^\circ = d^\circ$

Sudut pada satu titik

Sudut ini terbentuk pada titik temu beberapa garis (2 garis atau lebih). Besar keseluruhan sudut ini adalah 360°.



$a^\circ + b^\circ + c^\circ = 360^\circ$



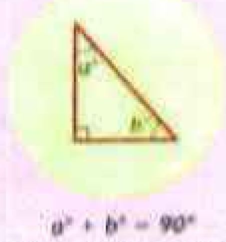
$a^\circ + b^\circ + c^\circ + d^\circ + e^\circ = 360^\circ$

Sudut berpenyiku (komplemen)

Sudut yang saling berpenyiku adalah dua buah sudut yang membentuk sudut 90°. Masing-masing sudut tersebut saling berpenyiku satu dengan yang lainnya.

$a^\circ + b^\circ = 90^\circ$

Jika sebuah sudut 90° dibagi menjadi 2 bagian, maka masing-masing sudut tersebut disebut sudut penyiku



$a^\circ + b^\circ = 90^\circ$

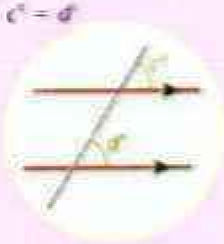
Dalam sebuah segitiga siku-siku, sudut a dan sudut b adalah sudut penyiku

Sudut sehadap

Sudut sehadap adalah sudut yang memiliki posisi yang serupa (sama tapi berbeda tempat) yang dihubungkan oleh sebuah garis transversal dan sepasang garis sejajar. Garis transversal yang memotong pasangan garis sejajar menghasilkan empat pasang sudut sehadap.

$a^\circ = b^\circ$

$c^\circ = d^\circ$



empat pasang sudut sehadap terbentuk dari perpotongan garis transversal dengan sepasang garis sejajar

$e^\circ = f^\circ$

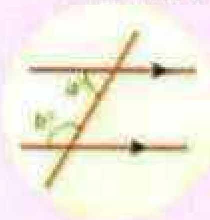
$g^\circ = h^\circ$

Sudut berpelurus (suplemen)

Sudut yang berpelurus adalah 2 buah sudut yang membentuk sudut 180°. Masing-masing sudut tersebut saling berpelurus satu dengan yang lainnya.

$a^\circ + b^\circ = 180^\circ$

Sudut bersebelahan pada sebuah garis lurus adalah sudut saling berpelurus



$a^\circ + b^\circ = 180^\circ$

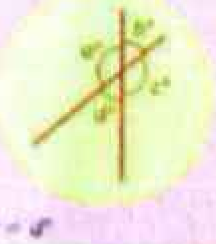
Sudut-sudut yang terletak di antara 2 garis sejajar yang berpotongan dengan garis transversal adalah sudut berpelurus

$a^\circ + b^\circ = 180^\circ$

Sudut-sudut yang berlawanan pada tali busur sebuah bangun segi empat adalah sudut berpelurus

Sudut berlawanan

Sudut ini adalah sudut dengan sisi-sisi yang bertolak belakang pada sebuah titik potong dari 2 buah garis. Bagian-bagian dari sudut ini besarnya sama.



$a^\circ = c^\circ$ dan $b^\circ = d^\circ$

SEGI BANYAK (POLIGON)

Segi banyak adalah sebuah bangun yang terbentuk dari 3 titik atau lebih yang dihubungkan dengan paling sedikit 3 garis lurus. Kumpulan titik yang membentuk segi banyak disebut titik sudut dan kumpulan garis yang menghubungkan titik sudut disebut sisi. Nama sebuah segi banyak bergantung pada banyaknya titik atau sisi yang membentuk bangun tersebut.

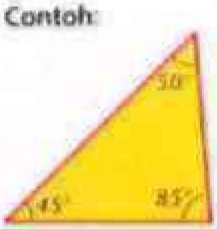
Nama Segi banyak	Banyaknya Sudut dan Sisi	Bentuk
Segitiga	3	
Segi empat	4	
Pentagon	5	
Heksagon	6	
Heptagon/Septagon	7	
Oktagon	8	
Nonagon	9	
Dekagon	10	
Hendekagon	11	
Dodekagon	12	
Quindekagon	15	
Ikosagon	20	

Diagonal
Diagonal adalah sebuah garis lurus yang menghubungkan 2 buah titik sudut yang tidak bersebelahan pada sebuah segi banyak.

Segi-n
Segi-n adalah sebuah segi banyak yang memiliki n sudut dan n sisi (n adalah bilangan sembarang).

Sudut dalam
Sudut dalam adalah semua sudut yang terletak di dalam segi banyak, yang terbentuk ketika 2 buah sisi bertemu dalam sebuah titik sudut dalam. Jumlah sudut dalam suatu segi banyak sama dengan jumlah sudut dalam segi banyak lain yang memiliki banyak sisi dan sudut yang sama. Jumlah sudut dalam sebuah segi banyak yang memiliki n-sisi adalah $180°(n - 2)$.

Contoh:



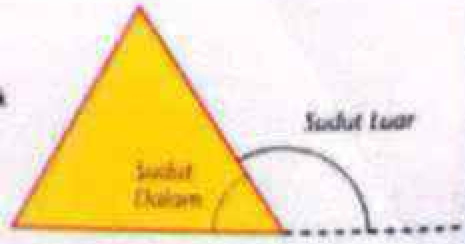
Jumlah sudut segitiga ($n = 3$) adalah
$180°(n - 2)$
$= 180°(3 - 2)$
$= 180° \times 1$
$= 180°$
$50° + 85° + 45° = 180°$

Jumlah sudut segi empat ($n = 4$) adalah
$180°(n - 2)$
$= 180°(4 - 2)$
$= 180° \times 2$
$= 360°$

$100° + 60° + 90° + 110° = 360°$

Sudut luar
Sudut luar adalah sudut yang dibentuk antara sebuah sisi segi banyak dan perpanjangan sisi sebelahnya.

Sudut dalam dan sudut luar pada sebuah segi banyak saling berpelurus dan jumlahnya adalah 180°.



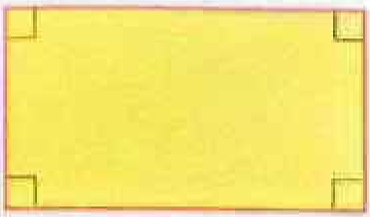
Siklik
Siklik adalah segi banyak yang dikelilingi lingkaran sehingga setiap titik sudutnya terletak pada keliling lingkaran.


Segi empat siklik

Sudut, Sudut Lancip 32; Keliling 65; Sudut Tumpul 32; Titik 30; Segiempat 39; Sudut Refleks 32; Belah Ketupat 39; Sudut Pelurus 33

Segi banyak ekuiangular

Segi banyak ekuiangular adalah segi banyak yang memiliki sudut dalam sama besar. Setiap segi banyak ekuiangular belum tentu merupakan segi banyak ekuilateral.



Persegi panjang merupakan segi banyak ekuiangular karena besar setiap sudutnya adalah 90°. Namun, persegi panjang bukan merupakan segi banyak ekuilateral karena semua sisinya tidak memiliki panjang yang sama.

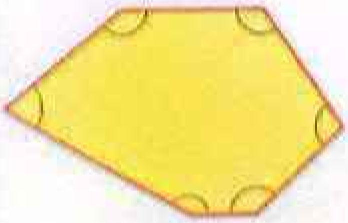
Segi banyak ekuilateral

Segi banyak ekuilateral adalah Segi banyak yang memiliki panjang sisi yang sama. Setiap segi banyak ekuilateral belum tentu merupakan segi banyak ekuiangular.

Belah ketupat merupakan merupakan segi banyak ekuilateral karena semua sisinya memiliki panjang yang sama. Namun, belah ketupat bukan merupakan segi empat ekuiangular karena semua sudutnya tidak memiliki besar yang sama.

Poligon cembung (convex)

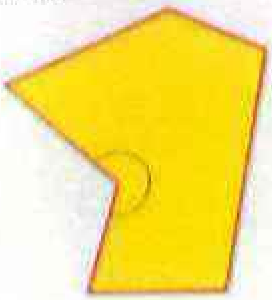
Poligon cembung adalah segi banyak yang semua sudut dalamnya memiliki besar kurang dari 180°.



Semua sudut dalam pada poligon cembung membentuk sudut tumpul (kurang dari 180°).

Poligon cekung (Concave)

Poligon cekung adalah segi banyak yang paling tidak memiliki sebuah sudut dalam yang lebih besar dari 180°.



Paling sedikit terdapat sebuah sudut dalam yang memiliki sudut lebih besar dari 180° pada sebuah poligon cekung.

Segi banyak beraturan

Segi banyak beraturan adalah segi banyak yang memiliki sisi dan sudut dalam dengan ukuran yang sama. Segi banyak beraturan merupakan gabungan dari segi banyak ekuiangular dan segi banyak ekuilateral.

Segitiga sama sisi

Persegi

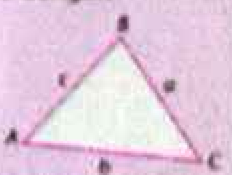
Segi lima beraturan

segi enam beraturan

Gedung Pentagon di Washington DC, Amerika. Gedung ini merupakan kantor pusat Departemen Pertahanan Amerika. Gedung tersebut dinamakan gedung Pentagon karena memiliki lima sisi dengan panjang dan besar sudut dalam yang sama.

Penamaan pada segi banyak

Titik-titik pada segi banyak ditulis dengan menggunakan huruf besar (contoh: *A*, *B*, *C*, ...) dan sisi-sisi segi banyak ditulis dengan menggunakan huruf kecil (contoh: *a*, *b*, *c*, ...).



Sisi sebuah segi banyak yang letaknya berhadapan dengan titik sudut ditulis dengan huruf yang sama menggunakan huruf kecil, sedangkan titik sudutnya ditulis dengan huruf benar

Pengubinan

Pengubinan adalah gabungan satu atau lebih bidang yang berulang. Pola kombinasi yang dibentuk bersifat teratur dan tanpa celah. Bentuk kombinasi yang beraturan semacam itu disebut ubin.

Pengubinan dengan persegi

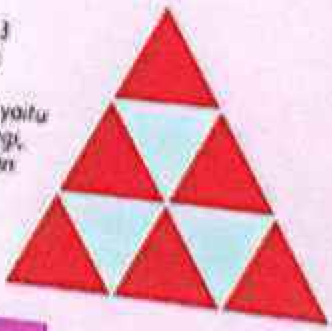
Gambar lingkaran di atas bukan merupakan pengubinan

Pengubinan memiliki beberapa bentuk. Ada 2 jenis pengubinan yang berbentuk poligon beraturan, yaitu: pengubinan beraturan dan pengubinan semi-beraturan.

Pengubinan beraturan

Pengubinan beraturan adalah sebuah pengubinan yang terbentuk hanya dari satu jenis poligon beraturan.

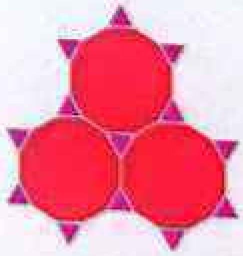
Pada gambar terdapat 3 buah poligon beraturan yang membentuk pengubinan beraturan, yaitu segitiga sama sisi, persegi, dan segi enam beraturan.

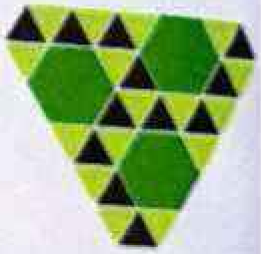


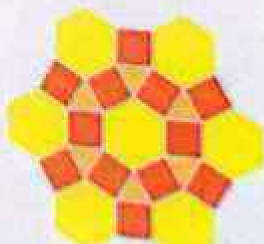
Pengubinan semi-beraturan

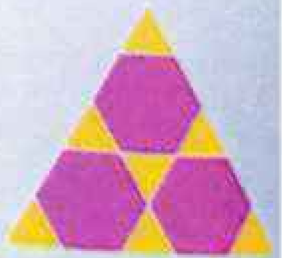
Pengubinan semi-beraturan adalah sebuah teselasi yang terbentuk dari dua jenis atau lebih poligon beraturan. Pola yang sama dibentuk disetiap titik sudut dimana poligon-poligon tersebut berimpit.

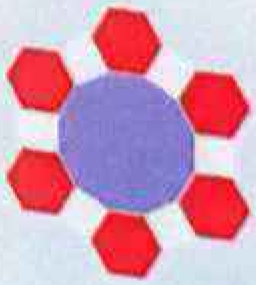
Pada gambar berikut, terdapat 8 buah pengubinan semi-beraturan. Pengubinan tersebut berbentuk gabungan segitiga sama sisi, persegi heksagon, oktagon, dan dodekagon.

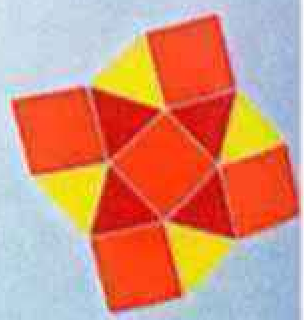


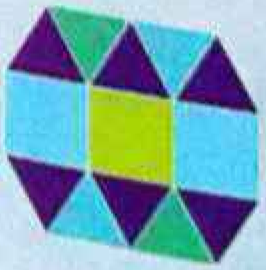












Segitiga

Segitiga adalah sebuah poligon yang memiliki 3 buah sudut dan 3 buah sisi. Jika beberapa sudut dan sisi sebuah segitiga diketahui, besar sudut dan sisi lainnya dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras (lihat halaman 38) dan trigonometri (lihat halaman 60 – 64).

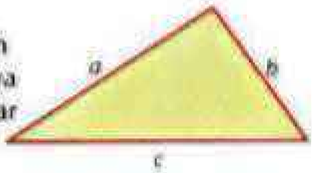
Jenis-jenis segitiga dapat dikelompokkan berdasarkan panjang sisinya, yaitu sebagai berikut.

Sama sisi

Sama sisi adalah istilah yang digunakan untuk menunjukkan bahwa suatu sisi memiliki ukuran dan panjang yang sama dengan sisi lain. Sama sisi biasanya digambarkan dengan menambahkan sebuah garis pendek (*dash*) pada sisi-sisi yang memiliki panjang dan ukuran yang sama.

Segitiga sembarang

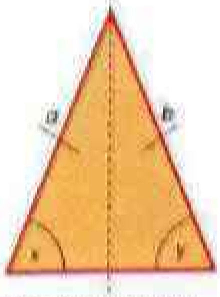
Segitiga sembarang adalah segitiga yang semua sisinya memiliki panjang dan besar sudut yang berbeda. Segitiga sembarang juga dapat berbentuk **segitiga siku-siku**.



Sisi a, b, dan c pada segitiga sembarang memiliki panjang yang berbeda.

Segitiga sama kaki

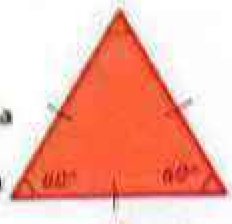
Segitiga sama kaki adalah segitiga yang memiliki 2 sisi yang sama panjang. Sudut yang saling berhadapan pada kedua sisi tersebut juga memiliki besar yang sama. Segitiga sama kaki hanya memiliki 1 buah sumbu simetri. Sumbu simetri tersebut membagi segitiga menjadi dua segitiga siku-siku yang identik.

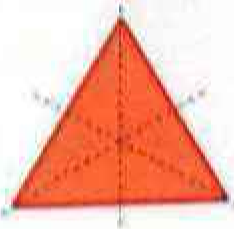


Gambar di atas adalah gambar segitiga sama kaki. Besar sudut x sama dengan besar sudut y dan panjang sisi a sama dengan panjang sisi b.

Segitiga sama sisi

Segitiga sama sisi adalah segitiga yang memiliki 3 sisi yang sama panjang dan 3 sudut yang sama besar, yaitu 60°.



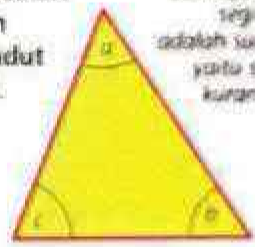


Segitiga sama sisi memiliki 3 buah sumbu simetri yang membagi segitiga tersebut menjadi 2 segitiga siku-siku yang identik.

Selain berdasarkan panjang sisinya, segitiga juga dapat dikelompokkan berdasarkan besar sudutnya.

Segitiga lancip

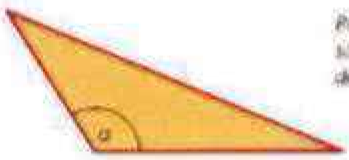
Segitiga lancip adalah segitiga yang semua sudut dalamnya merupakan sudut lancip, yaitu sudut yang kurang dari 90°.



Sudut dalam a, b, dan c pada sebuah segitiga lancip adalah sudut lancip, yaitu sudut yang kurang dari 90°.

Segitiga tumpul

Segitiga tumpul adalah segitiga yang memiliki sebuah sudut dalam merupakan sudut tumpul, yaitu sudut yang besarnya lebih dari 90°.

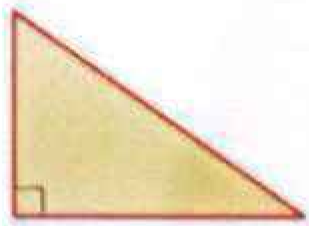


Pada gambar segitiga di samping, sudut a lebih besar dari 90°.

Segitiga siku-siku

Segitiga siku-siku adalah segitiga yang memiliki sebuah sudut yang berukuran 90°. Adapun kedua sudut lainnya adalah sudut berpenyiku yang jika dijumlahkan adalah sebesar 90°.

Segitiga siku-siku memiliki sifat khusus (lihat teorema Phytagoras pada halaman 38).



Sudut-Sudut pada Segitiga

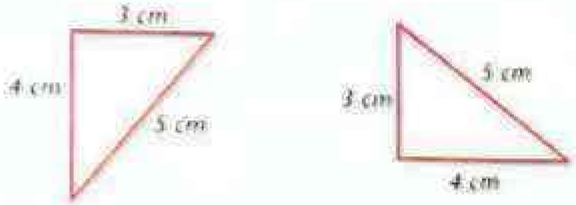
Segitiga Lanjutan

Segitiga kongruen

Segitiga kongruen adalah 2 buah segitiga atau lebih yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Dua buah segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi salah satu syarat berikut.

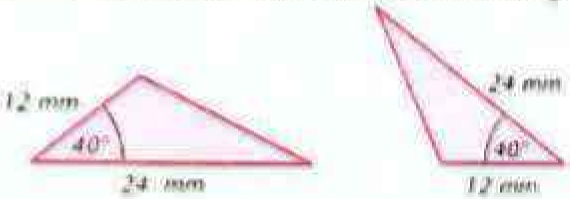
Sisi-sisi-sisi

Jika semua sisi pada suatu segitiga sama dengan sisi pada segitiga lain, maka kedua segitiga tersebut dikatakan kongruen.



Sisi-sudut-sisi

Jika pada sebuah segitiga memiliki 2 buah sisi dan 1 buah sudut yang sama dengan segitiga lain, maka kedua segitiga tersebut dikatakan kongruen.



Sudut-sisi-sudut

Jika pada sebuah segitga memiliki 2 buah sudut dan 1 buah sisi yang sama dengan segitiga lain, maka kedua segitiga tersebut dikatakan kongruen.

Sisi miring segitiga siku-siku

Jika pada sebuah segitiga memiliki sisi miring dan sebuah sisi lainnya yang sama panjang dengan segitiga lain, kedua segitiga tersebut dikatakan kongruen.

Segitiga sebangun

Segitiga sebangun adalah dua buah segitiga atau lebih yang memiliki bentuk yang sama tetapi dengan ukuran yang berbeda. Sudut-sudut yang bersesuaian memiliki besar yang sama dan sisi-sisi yang bersesuaian memiliki perbandingan atau rasio yang sama.

Teorema Phytagoras

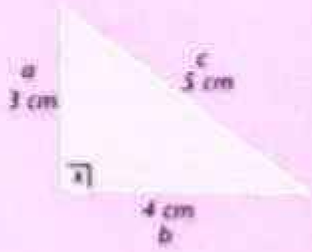
Teorema Phytagoras ditemukan oleh seorang matematikawan Yunani yang bernama Phytagoras pada abad ke-6 SM. Teorema ini menyatakan bahwa kuadrat sisi miring sebuah segitiga siku-siku sama dengan **jumlah kuadrat** kedua sisi lainnya. Sisi miring pada segitiga siku-siku adalah sisi yang memiliki ukuran paling panjang dibandingkan dengan sisi-sisi lainnya. Letak sisi miring selalu berada di hadapan sudut siku-siku.

Teorema Phytagoras:
$a^2 + b^2 = c^2$

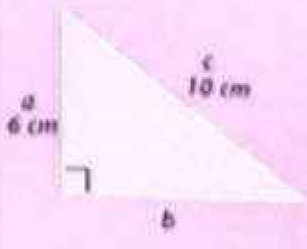
Jika kuadrat sebuah sisi pada segitiga sama dengan **jumlah kuadrat** kedua sisi lainnya, menurut teorema Phytagoras segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku.

$a^2 + b^2 = c^2$
$3^2 + 4^2 = 5^2$
$9^2 + 16^2 = 25^2$

Sisi miring yang berada di hadapan sudut siku-siku menunjukkan bahwa segitiga tersebut adalah segitiga siku-siku



Teorema Phytagoras dapat digunakan untuk mencari panjang sisi yang tidak diketahui dalam sebuah segitiga siku-siku jika panjang kedua sisi yang lain diketahui.



$a^2 + b^2 = c^2$
$36 + b^2 = 100$
$b^2 = 100 - 36$
$b^2 = 64$
$b = 8$
Jadi, panjang sisi b adalah 8 cm.

Tripel Phytagoras

Tripel Phytagoras adalah kumpulan 3 bilangan bulat positif (*a*, *b*, dan *c*) yang merupakan sisi-sisi sebuah segitiga siku-siku dan memenuhi teorema Phytagoras ($a^2 + b^2 = c^2$).

Banyaknya tripel Phytagoras bilangan bulat positif yang merupakan tripel Phytagoras adalah tak hingga. Tripel Phytagoras yang paling sering digunakan adalah:

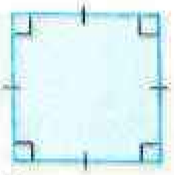
3, 4, 5; $3^2 + 4^2 = 5^2$
5, 12, 13; $5^2 + 12^2 = 13^2$
7, 24, 25; $7^2 + 24^2 = 25^2$
8, 15, 17; $8^2 + 15^2 = 17^2$

Segi empat

Poligon yang memiliki empat sisi dinamakan segi empat. Semua bentuk segi empat merupakan ubin. Bentuk-bentuk segi empat di bawah ini memiliki ciri-ciri khusus.

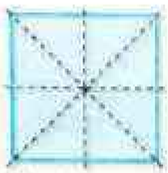
Persegi

Persegi adalah segiempat yang setiap sisinya memiliki panjang yang sama dan memiliki besar sudut yang sama pada setiap sudutnya (90°). Sisi yang berhadapan pada sebuah persegi adalah sisi yang sejajar. Persegi memiliki 4 buah sumbu simetris dan simetri putar tingkat 4.



Persegi memiliki 4 buah sudut siku-siku dan 4 buah sisi yang sama panjang

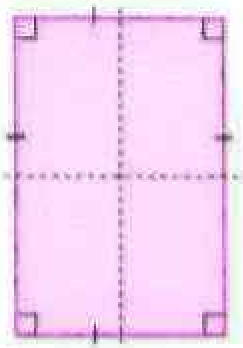
Sisi yang berhadapan pada sebuah persegi adalah sisi yang saling sejajar dan diagonal persegi memiliki panjang yang sama



Sebuah persegi memiliki 4 sumbu simetri dan simetri putar tingkat 4

Persegi panjang

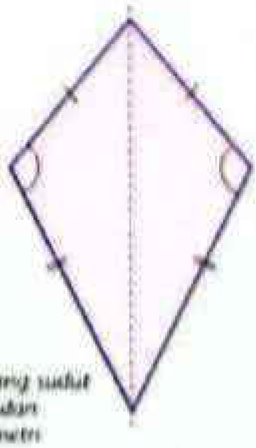
Persegi panjang adalah segi empat dengan sisi yang saling berhadapan memiliki panjang yang sama dan saling sejajar. Selain itu, seluruh sudut dalam persegi panjang adalah sudut siku-siku (90°). Persegi panjang memiliki 2 sumbu simetri dan simetri putar tingkat 2. Diagonal pada persegi panjang memiliki panjang yang sama. Bentuk persegi panjang sering juga disebut "bujur".



Persegi panjang memiliki 2 buah sumbu simetri dengan 2 buah rotasi simetri

Layang-layang

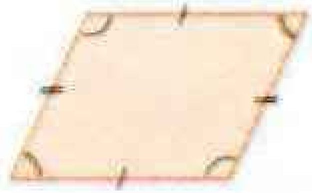
Layang-layang adalah segi empat yang memiliki 2 pasang sisi yang sama panjang dan 1 pasang sudut berhadapan yang sama besar. Layang-layang hanya memiliki 1 sumbu simetri dan tidak memiliki simetri putar.



Layang-layang memiliki sepasang sudut berhadapan yang sama besar dan hanya memiliki satu sumbu simetri

Jajargenjang

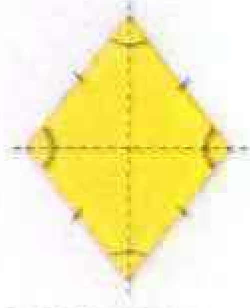
Jajargenjang adalah segi empat yang memiliki 2 pasang sisi berhadapan yang sejajar dan sama panjang serta besar sudut-sudut yang berhadapan sama besar. Pada umumnya, jajargenjang tidak memiliki sumbu simetri, tetapi memiliki simetri putar tingkat 2, kecuali pada bentuk persegi, persegi panjang, dan belah ketupat. Ketiga bangun tersebut adalah bentuk khusus jajargenjang.



Sudut-sudut yang berhadapan pada jajargenjang sama besar. Jajargenjang tidak memiliki sudut siku-siku

Belah ketupat

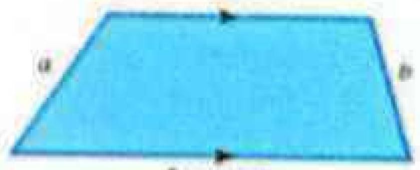
Belah ketupat adalah segi empat yang memiliki 4 sisi yang sama panjang dengan besar sudut-sudut yang berhadapan sama besar. Belah ketupat memiliki 2 sumbu simetri dan simetri putar tingkat 2. Persegi merupakan bentuk khusus dari belah ketupat yang memiliki 4 buah sudut siku-siku.



*Belah ketupat sering disebut **berlian** jika diletakkan pada sebuah titik sudut.*

Trapesium

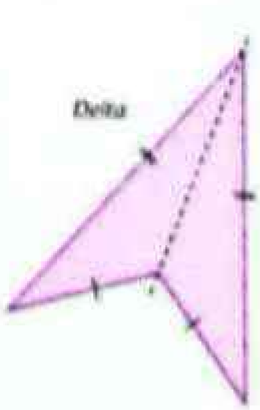
Trapesium adalah segi empat yang memiliki sepasang sisi sejajar. Pada umumnya, trapesium tidak memiliki sumbu simetri. Namun, jika sisi *a* dan *b* pada sebuah trapesium memiliki panjang yang sama, trapesium tersebut memiliki 1 buah sumbu simetri. Bentuk trapesium semacam itu disebut trapesium sama kaki.



Trapesium

Delta

Delta adalah bentuk segi empat cekung yang memiliki 2 pasang sisi yang berdekatan. Delta memiliki sebuah sudut dalam yang lebih besar dari 180° dengan sebuah sumbu simetri. Delta tidak memiliki simetri putar.



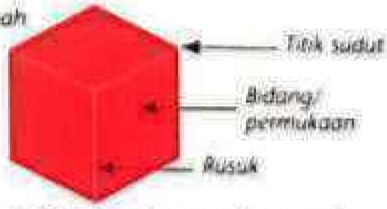
BANGUN RUANG

Bangun ruang merupakan bangun 3 dimensi. Bangun ruang memiliki bentuk dan ukuran yang beraneka ragam, tetapi beberapa bentuk bangun ruang seperti polihedron, bola, tabung, dan kerucut memiliki ciri khas tersendiri. Di bawah ini merupakan bentuk-bentuk polihedron, sedangkan bentuk-bentuk tabung, kerucut, dan bola dapat dilihat pada halaman 67–69.

Polihedron

Polihedron adalah bangun ruang yang memiliki permukaan berbentuk segi banyak. Bentuk segi banyak merupakan sisi dan garis potong bidang dinamakan **rusuk**. Ujung-ujung bertemunya 3 buah bidang disebut titik sudut.

Kubus adalah sebuah polihedron



Penamaan sebuah polihedron bergantung pada banyaknya permukaan.

Jenis Polihedron	Banyaknya Permukaan
Tetrahedron	4
Pentahedron	5
Heksahedron	6
Heptahedron	7
Oktahedron	8
Nonahedron	9
Dekahedron	10
Dodekahedron	12
Ikosahedron	20

Sudut dihedral

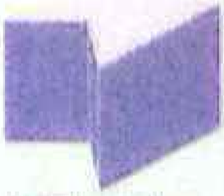
Sudut dihedral adalah sudut yang terbentuk di dalam sebuah **polihedron** dari pertemuan 2 sisi.

Polihedron cembung

Polihedron cembung adalah polihedron yang memiliki sudut dihedral kurang dari 180°, misalnya kubus.

Polihedron cekung

Polihedron cekung adalah polihedron yang memiliki paling sedikit 1 buah sudut dihedral yang lebih besar dari 180°. Artinya, polihedron cekung setidaknya memiliki 1 buah titik sudut di tengah-tengah bangun ruang.



Polihedron Cekung

Polihedron beraturan

Polihedron beraturan adalah polihedron yang memiliki sisi/ permukaan berbentuk poligon beraturan. Sudut-sudut pada titik sudut sama besar. Ada 5 jenis polihedron beraturan yang ditemukan oleh Plato (seringkali disebut bangun ruang plato).

Tetrahedron beraturan, memiliki 4 permukaan yang berbentuk segitiga sama sisi

Kubus, memiliki 6 permukaan persegi

Oktahedron beraturan, memiliki 8 permukaan berbentuk segitiga sama sisi

Dodekahedron beraturan, memiliki 12 permukaan berbentuk segi lima beraturan

Ikosahedron beraturan, memiliki 20 permukaan berbentuk segitiga sama sisi

Polihedron semi-beraturan

Polihedron semi-beraturan adalah polihedron yang memiliki lebih dari satu jenis permukaan berbentuk poligon. Ikosidodekahedron merupakan contoh polihedron semi-beraturan yang memiliki 32 permukaan yang terdiri atas 20 segitiga dan 12 segi lima.

Ikosidodekahedron

Teorema Euler

Teorema Euler ditemukan oleh seorang matematikawan Swiss bernama Leonard Euler (1707 – 1783). Teorema Euler berhubungan dengan polihedron, yaitu:

$$V - E + F = 2$$

dengan V banyaknya titik sudut, E banyaknya rusuk, dan F banyaknya sisi/permukaan.
Misal, sebuah kubus memiliki 8 titik sudut, 12 rusuk, dan 6 sisi, maka

$$8 - 12 + 6 = 2$$

Sudut 12, Sumbu Simetri Putar 42, Segitiga Sama Sisi 17, Kesejajaran 10, Segi banyak Beraturan 35, Luas Segitiga 56, Segibanyak 34
Segitiga Siku-siku 32, Bangun Dimensi Tiga 11, Segitiga 17, Bangun Dimensi Dua 11

Limas

Limas adalah polihedron yang memiliki alas berbentuk poligon dan sisi tegak berbentuk segitiga serta memiliki **titik puncak**. Penamaan limas bergantung pada bentuk alas limas itu sendiri. Jika alas limas berbentuk segi banyak beraturan, limas tersebut dinamakan **limas beraturan**.

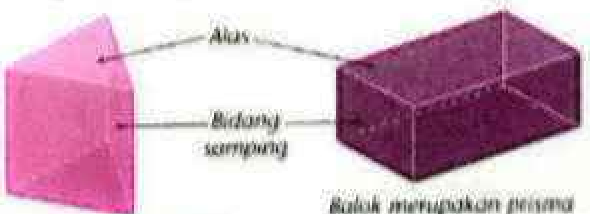
Limas siku-siku adalah limas yang memiliki titik puncak tepat di atas titik tengah alas.

Garis pelukis

Garis yang digambar dari titik puncak sebuah limas ke titik tengah rusuk alas limas. Garis pelukis limas tegak lurus dengan rusuk alas.

Prisma

Prisma adalah polihedron yang terbentuk dari beberapa garis sejajar, poligon yang identik (sebagai alas) yang digabungkan oleh segi empat (sebagai bidang **samping**).



Prisma segitiga memiliki alas berbentuk segitiga

Balok merupakan prisma yang memiliki alas berbentuk persegi panjang

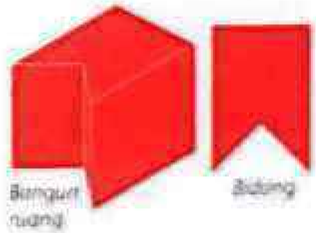
Pada **prisma siku-siku**, bidang samping membentuk sudut siku-siku terhadap alas prisma. Jika alas prisma berbentuk poligon beraturan, maka prisma tersebut dikatakan **prisma beraturan**.

Prisma siku-siku adalah prisma beraturan karena memiliki alas berbentuk persegi

Pada **prisma miring**, sudut antara bidang samping dan alas prisma tidak membentuk sudut siku-siku.

Bidang

Bidang adalah gambar 2 dimensi suatu bangun ruang jika dilihat dari atas.

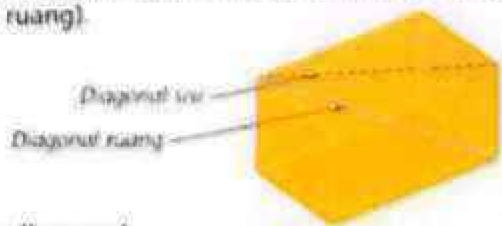


Elevasi

Elevasi adalah gambar 2 dimensi suatu bangun ruang jika dilihat dari bagian depan (elevasi depan) atau bagian samping (elevasi samping). Bagian depan adalah bagian bangun ruang yang letaknya paling dekat dengan kita.

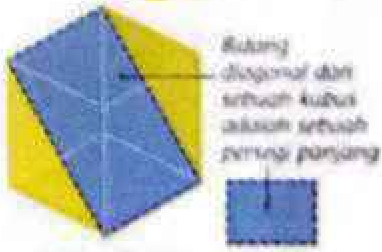
Diagonal

Diagonal bangun ruang adalah garis yang ditarik di antara 2 titik **sudut** yang tidak terletak pada rusuk yang sama. Bangun ruang memiliki diagonal sisi (yang melintang pada sisi bangun ruang) dan diagonal ruang (yang melintang melalui titik tengah bangun ruang).



Bidang diagonal

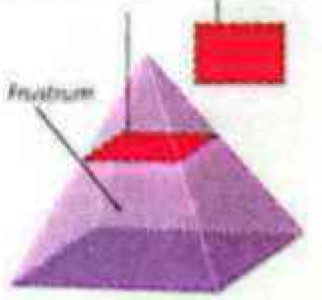
Bidang diagonal adalah bidang yang melintang melalui titik tengah bangun ruang.



Bidang irisan

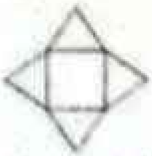
Bidang irisan adalah bidang yang terbentuk dengan cara memotong sebuah bangun ruang secara tegak lurus sumbu simetri putar. Bagian yang terdapat di bawah irisan bidang disebut *fustrum*.

Irisan bidang sebuah limas persegi adalah sebuah persegi



Jaring-jaring

Jaring-jaring adalah bangun datar yang tersusun dari beberapa poligon, yang menyatakan sisi-sisi dari polihedron dan dapat dilipat menjadi polihedron.



Jaring-jaring dari sebuah limas dengan alas berbentuk persegi

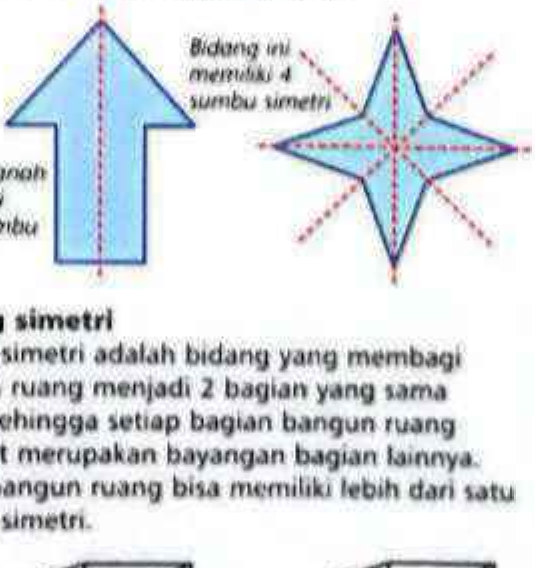
SIMETRI

Suatu bangun dikatakan simetri jika dapat dibagi menjadi 2 bagian sama besar atau jika diputar dapat dengan tepat menempati bingkainya. Bidang atau bangun ruang yang tidak simetris disebut asimetris. Terdapat 2 jenis simetri yaitu simetri lipat dan simetri putar.

Simetri lipat
Simetri lipat adalah bentuk simetri yang membagi suatu bidang atau bangun ruang menjadi 2 bagian yang sama besar, di mana bagian yang satu merupakan bayangan bagian yang lain.

Bentuk kupu-kupu dan mangkok di atas mempunyai simetri lipat karena bagian yang satu merupakan bayangan dari bagian yang lain.

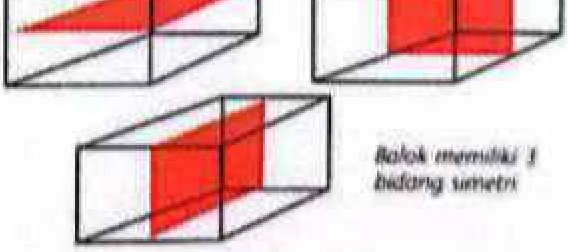
Sumbu simetri
Sumbu simetri adalah garis yang membagi suatu bidang menjadi 2 bagian yang sama besar dan setiap bagian bidang tersebut merupakan bayangan bidang lainnya. Sebuah bidang bisa memiliki lebih dari 1 sumbu simetri.



Bidang ini memiliki 4 sumbu simetri

Gambar panah ini memiliki sebuah sumbu simetri

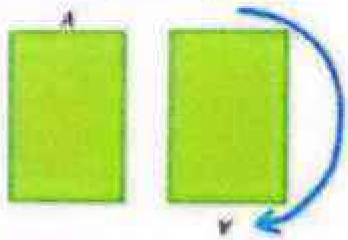
Bidang simetri
Bidang simetri adalah bidang yang membagi bangun ruang menjadi 2 bagian yang sama besar, sehingga setiap bagian bangun ruang tersebut merupakan bayangan bagian lainnya. Suatu bangun ruang bisa memiliki lebih dari satu bidang simetri.



Balok memiliki 3 bidang simetri

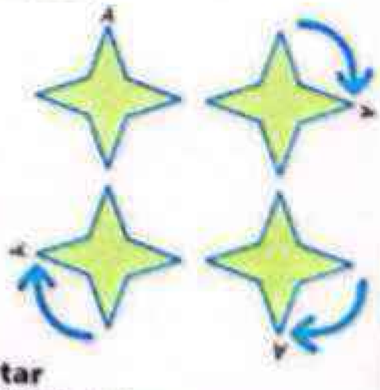
Simetri putar
Simetri putar adalah simetri di mana suatu bangun diputar terhadap titik pusat atau garis sehingga tepat menempati bingkainya.

Persegi panjang memiliki simetri putar



Tingkatan simetri putar
Tingkatan simetri putar adalah banyaknya simetri putar suatu bidang atau bangun ruang dalam sekali putaran penuh (360°).

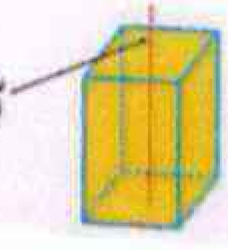
Gambar bintang memiliki 4 simetri putar (tingkat 4)



Pusat simetri putar
Pusat simetri putar adalah titik yang menjadi pusat perputaran sehingga bidang itu tepat menempati bingkainya.

Titik pada gambar bintang ini adalah titik pusat simetri putar

Sumbu simetri putar
Sumbu simetri putar adalah sebuah garis vertikal yang menjadi pusat perputaran sehingga bidang itu tepat menempati bingkainya.



Balok memiliki sumbu simetri putar tingkat 4

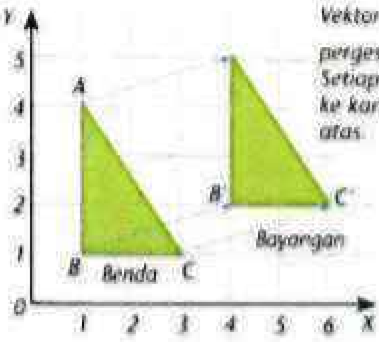
Garis Bagi 48; Titik 30; Vektor 45

TRANSFORMASI

Dalam geometri, **transformasi** dapat mengubah posisi, ukuran atau bentuk suatu garis, bidang, atau bangun ruang. Garis, bidang, atau bangun ruang yang ditransformasikan disebut **objek** dan hasil transformasinya disebut **bayangan**. Proses transformasi disebut **pemetaan** dari objek menjadi bayangan. Titik-titik hasil pemetaan bayangan ditulis dengan simbol ('), contoh, garis ***AB*** dipetakan ke *A'B'*.

Translasi

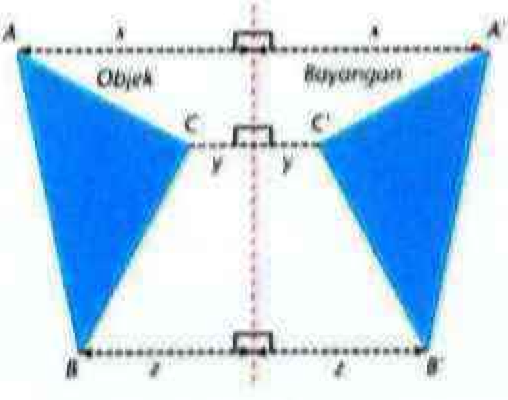
Translasi adalah transformasi yang mengubah posisi suatu objek tanpa memutar atau mencerminkan objek tersebut. Hasil pemetaan (bayangan) memiliki bentuk dan ukuran yang sama dengan objek. Perubahan posisi dengan arah dan titik yang ditentukan disebut perpindahan. Pada translasi setiap titik digeser dengan jarak yang sama dan digambarkan dalam sebuah vektor.



Vektor $\binom{3}{1}$ menggambarkan pergeseran posisi segitiga. Setiap titik bergeser 3 satuan ke kanan dan 1 satuan ke atas.

Refleksi

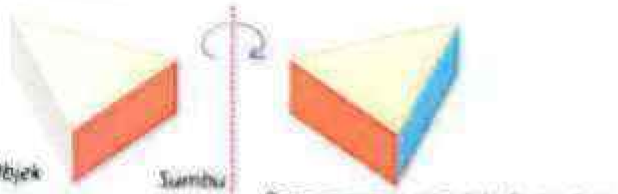
Refleksi adalah transformasi yang memetakan setiap titik ke titik-titik lain dengan jarak yang sama terhadap **sumbu refleksi** (sumbu pencerminan). Jika objeknya berbentuk bidang, maka sumbu refleksi berbentuk garis. Jika objeknya berbentuk bangun ruang, maka sumbu refleksi berbentuk bidang. Sudut dan ukuran bayangan sama dengan sudut dan ukuran objek, namun pandangan berubah, yaitu saling berhadapan dengan posisi objek.



Bayangan memiliki bentuk dan ukuran yang sama namun dengan posisi yang saling berhadapan dengan objek. Jarak x, y, dan z terhadap sumbu refleksi adalah sama.

Rotasi

Rotasi adalah transformasi yang memutar suatu objek sehingga setiap titik pada bayangan dan benda memiliki jarak yang sama terhadap **titik rotasi** (jika objek berbentuk bidang) atau **sumbu rotasi** (jika objek berbentuk bangun ruang). Sudut-sudut dan ukuran bayangan hasil rotasi sama dengan objek. Perbedaannya adalah posisi letak bayangan bergantung pada besarnya sudut rotasi (perputaran).



Bangun ruang ini telah dirotasikan pada sumbu rotasi sehingga menyebabkan perubahan posisi.

Titik rotasi bisa terletak pada bagian sisi di dalam atau di luar objek. Mencari titik rotasi dapat dilakukan dengan cara menghubungkan 2 titik sembarang pada objek dengan titik yang sama pada bayangan, lalu gambar garis sumbu dari setiap garis tersebut. Titik potong dari 2 garis sumbu tersebut adalah titik pusat rotasi.

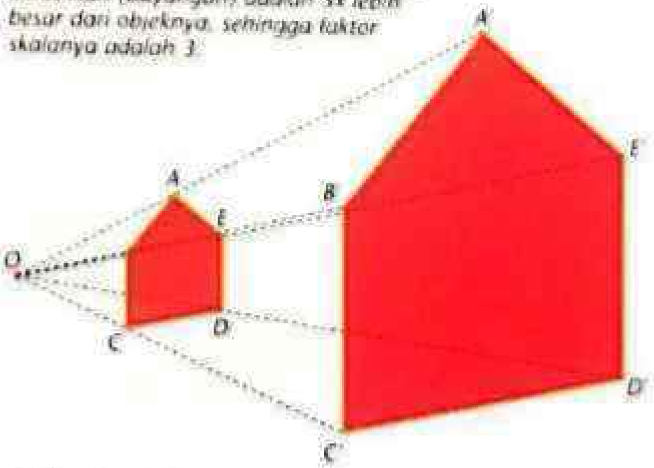
Titik potong antara dua garis sumbu, yaitu P, adalah pusat rotasinya.

Sudut yang dibentuk oleh perputaran objek disebut **sudut rotasi**. Sudut rotasi yang berlawanan arah jarum jam disebut rotasi positif dan sudut rotasi yang searah jarum jam disebut rotasi negatif.

Dilatasi

Dilatasi adalah transformasi yang mengubah ukuran objek tanpa mengubah bentuknya. Dilatasi diukur dari sebuah titik yang disebut pusat dilatasi. Letak pusat dilatasi bisa berada pada bagian dalam, bagian sisi, atau bagian luar objek. Nilai dilatasi objek disebut faktor skala.

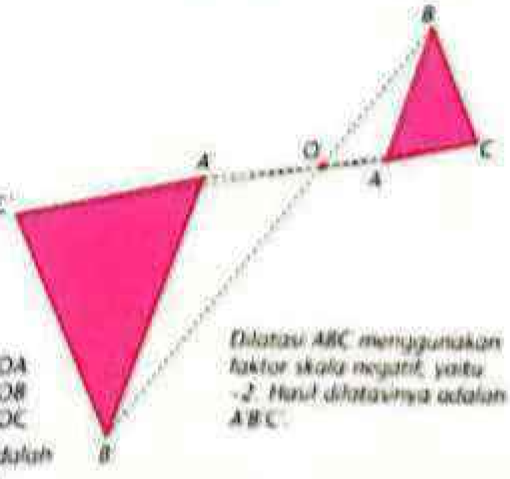
Pada gambar di bawah ini, dilatasi yang dihasilkan (bayangan) adalah 3× lebih besar dari objeknya, sehingga faktor skalanya adalah 3.



$OA' = 3 \times OA$	$A'B' = 3 \times AB$
$OB' = 3 \times OB$	$B'C' = 3 \times BC$
$OC' = 3 \times OC$	$C'D' = 3 \times CD$
$OD' = 3 \times OD$	$D'E' = 3 \times DE$
$OE' = 3 \times OE$	$E'A' = 3 \times EA$

dengan O adalah pusat dilatasi.

Jika **faktor skala negatif** digunakan, maka pusat dilatasinya berada di antara objek dan bayangan.



$OA' = -2 \times OA$
$OB' = -2 \times OB$
$OC' = -2 \times OC$

di mana O adalah pusat dilatasi

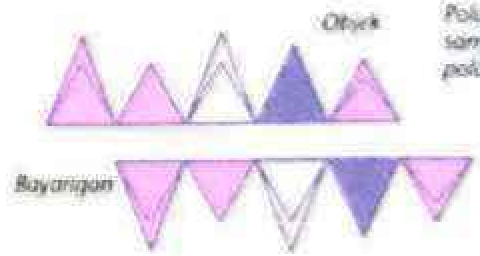
Dilatasi ABC menggunakan faktor skala negatif, yaitu -2. Hasil dilatasinya adalah A'B'C'.

Faktor skala pecahan terletak di antara -1 dan 1, menghasilkan bayangan yang lebih kecil dari objek.

Bayangan A'B'C' adalah hasil dilatasi objek ABC dengan faktor skala $\frac{1}{2}$

Pantulan (*glide reflection*)

Pantulan adalah transformasi suatu objek yang ditranslasikan kemudian direfleksikan pada suatu sumbu refleksi yang sejajar dengan translasi. Sudut dan ukuran bayangan yang dihasilkan sama dengan objek, namun dengan posisi yang berbeda dan berhadapan.

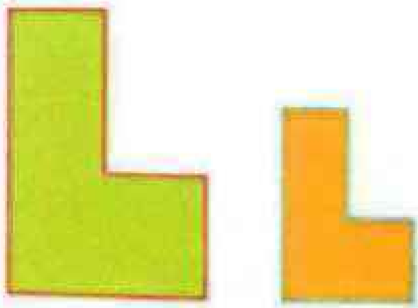


Pola gambar di samping ini adalah pola pantulan.

Bentuk sebangun

Bentuk sebangun adalah objek-objek yang memiliki bentuk sama namun dengan ukuran yang berbeda, seperti halnya yang terjadi pada dilatasi.

Kedua gambar tersebut memiliki bentuk yang sama namun dengan ukuran berbeda, maka kedua bentuknya sebangun.



Bentuk kongruen

Bentuk kongruen adalah objek-objek yang memiliki bentuk dan ukuran yang sama seperti yang terjadi pada objek yang direfleksikan. Refleksi, translasi, dan rotasi menghasilkan bentuk yang kongruen.

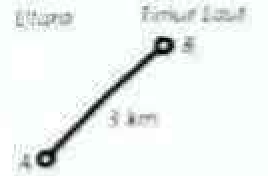
Ketiga gambar ini adalah kongruen karena memiliki bentuk dan ukuran yang persis sama.

Invarian

Invarian adalah sifat dari suatu objek yang tidak berubah oleh transformasi. Sebagai contoh, bentuk dari objek translasi, refleksi, rotasi, atau **dilatasi** adalah invarian karena tidak berubah.

Pencerminan 43, **Kesejajaran** 20, **Teorema Pythagoras** 16, **Segitiga Siku-Siku** 17, **Rotasi, Translasi** 43

VEKTOR

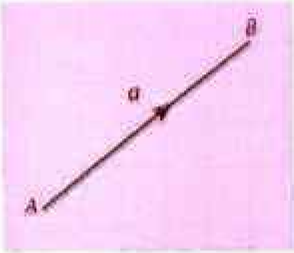


Perpindahan adalah jarak pergerakan sebuah objek dengan arah tertentu, contohnya, pergerakan dari A ke B ke arah timur laut sejauh 3 km

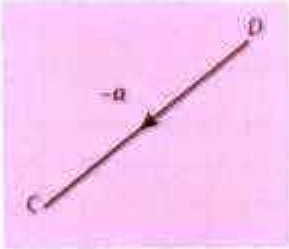
Vektor adalah suatu besaran yang memiliki **nilai** dan **arah. Perpindahan** (perubahan posisi) adalah contoh dari sebuah vektor. Perpindahan digunakan untuk menunjukkan sifat-sifat dasar vektor dan digunakan dalam semua besaran-besaran vektor.

Notasi vektor

Notasi vektor adalah cara penulisan vektor. Vektor digambarkan dengan sebuah **garis berarah**, yaitu garis yang memiliki mata panah. Garis pada vektor menunjukkan nilai vektor, sedangkan mata panah menunjukkan arah vektor.

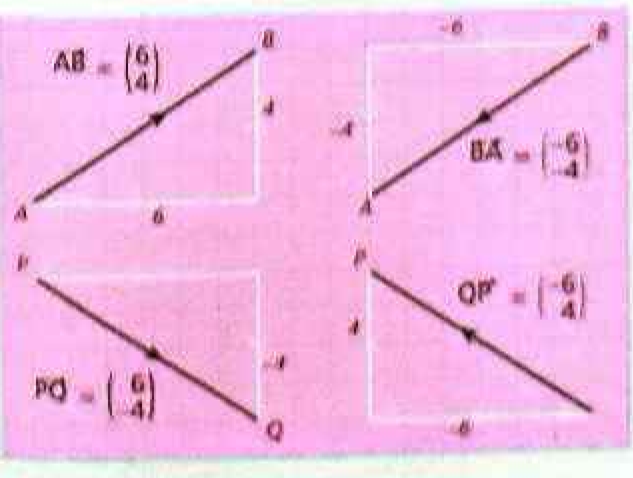


Vektor di atas dapat ditulis dalam bentuk **AB** atau $\overrightarrow{AB}$. Selain itu, dapat juga ditulis dalam bentuk **a** (jika menggunakan komputer) dan $\underset{\sim}{a}$ atau $\underset{\sim}{a}$ (jika ditulis dengan tulisan tangan).



Vektor di atas dapat ditulis dalam bentuk **DC** atau $\overrightarrow{DC}$. Selain itu dapat juga ditulis dalam bentuk **−a** (jika menggunakan komputer) dan $-\underset{\sim}{a}$ atau $-\underset{\sim}{a}$ (jika ditulis dengan tulisan tangan).

Selain itu, vektor juga dapat dituliskan dalam bentuk vektor kolom, yaitu $\binom{x}{y}$. Angka yang terletak di bagian atas pada vektor kolom merupakan perpindahan yang sejajar dengan sumbu *X*, sedangkan angka yang terletak di bagian bawah pada vektor kolom merupakan perpindahan yang sejajar dengan sumbu *Y*. Pergerakan vektor dikatakan pergerakan positif jika bergerak ke atas atau ke kanan dan dikatakan pergerakan negatif jika bergerak ke bawah atau ke kiri.



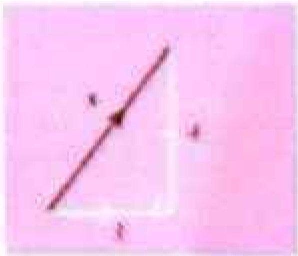
Panjang vektor

Panjang vektor adalah ukuran suatu vektor. Contohnya, besarnya perpindahan adalah jarak tempuh suatu benda yang bergerak. Panjang vektor dari vektor **a** ditulis dalam bentuk |**a**|.

Nilai vektor bergantung pada panjang vektor. Panjang vektor dapat dicari dengan cara menggambarkan jarak perpindahan terhadap sumbu *X* dan sumbu *Y* yang membentuk segitiga siku-siku. Sisi miring/sisi terpanjang dari segitiga tersebut merupakan panjang vektor dan dapat dihitung dengan menggunakan teorema Phytagoras ($a^2 + b^2 = c^2$).

Sebagai contoh, panjang vektor dari vektor **x** pada gambar di bawah ini adalah:

$$|\mathbf{x}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$|\mathbf{x}| = \sqrt{3^2 + 4^2}$$
$$|\mathbf{x}| = \sqrt{9 + 16}$$
$$|\mathbf{x}| = \sqrt{25}$$
$$|\mathbf{x}| = 5$$



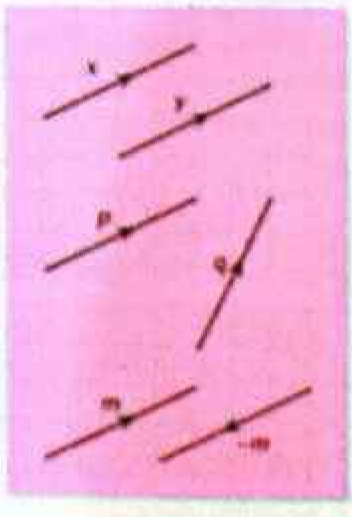
Kesamaan vektor

Vektor-vektor yang memiliki nilai dan arah yang sama.

Vektor **x** dan **y** adalah vektor yang sama karena memiliki arah dan panjang yang sama (**x** dan **y** juga sejajar).

Vektor **p** dan **q** bukan vektor yang sama karena memiliki arah yang berbeda walaupun dengan panjang yang sama.

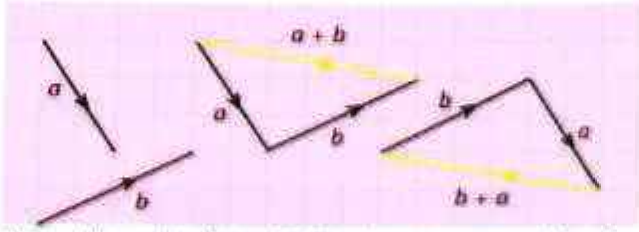
Dua buah vektor yang sejajar dan memiliki nilai yang sama (yaitu **m**) namun memiliki arah yang berlawanan (yaitu **−m**) merupakan vektor yang tidak sama.



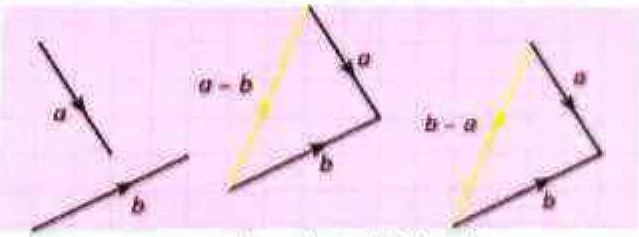
Operasi Vektor

Penjumlahan dan pengurangan vektor

Penjumlahan dan pengurangan vektor dapat dilakukan dengan cara menggambar vektor (sebut vektor pertama) yang diikuti oleh gambar vektor kedua pada ujung vektor pertama, lalu hubungkan kedua vektor tersebut dengan sebuah vektor lain (sebut vektor ketiga) yang disebut **resultan**. Resultan adalah perubahan posisi suatu objek terhadap sumbu X dan sumbu Y.



Penjumlahan vektor dapat dilakukan dengan cara menghubungkan 2 buah vektor yang memiliki arah panah yang searah (tidak saling berlawanan). Dalam penjumlahan vektor berlaku hukum komutatif dan hukum asosiatif, karena resultan $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$



Operasi pengurangan vektor dapat dilakukan dengan cara menghubungkan 2 buah vektor yang memiliki arah panah yang saling berlawanan (sehingga akan bertemu pada satu titik).

Untuk mencari resultan 2 buah vektor kolom dilakukan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan masing-masing angka yang terletak di bagian atas pada vektor kolom (yang merupakan perubahan terhadap sumbu X), lalu diikuti dengan menjumlahkan atau mengurangkan angka yang terletak di bagian bawah vektor kolom (yang merupakan perubahan pada sumbu Y).

Contoh:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} + \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{b} - \mathbf{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Skalar

Skalar adalah besaran yang memiliki nilai, namun tidak memiliki arah. Kelajuan adalah salah satu contoh besaran skalar, karena kelajuan memiliki nilai (jarak/waktu) namun tidak memiliki arah.

Perkalian vektor dengan skalar

Perkalian vektor dengan skalar dilakukan dengan cara menuliskan vektor dalam bentuk vektor kolom dan mengalikan setiap bilangan yang ada di dalamnya dengan skalar.

Contoh:

$$2 \times \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

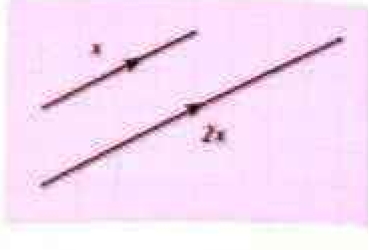


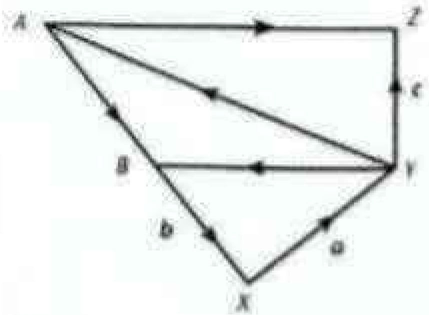
Diagram di samping ini menunjukkan vektor $\mathbf{x}$ *dan vektor* $2\mathbf{x}$ *yang dituliskan dalam bentuk vektor kolom seperti contoh di atas.*

Perkalian vektor dengan skalar seringkali disebut sebagai **perkalian skalar**. Sebuah vektor tidak dapat dikalikan dengan vektor lain.

Vektor secara geometri

Vektor dapat ditetapkan dalam masalah geometri. Sebagai contoh, bangun di bawah ini tersusun dari beberapa vektor. Untuk menentukan persamaan dari setiap vektor, kamu dapat mempelajari hubungan di antara panjang sisinya.

Sebagai contoh, pada diagram di bawah ini titik B adalah titik tengah $\overrightarrow{AX}$. Nyatakanlah vektor-vektor $\overrightarrow{YB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{YA}$, dan $\overrightarrow{AZ}$



$\overrightarrow{YB} = \overrightarrow{YX} + \overrightarrow{XB} = -\mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = -\mathbf{a} - \mathbf{b}$

Karena arah dari vektor **a** dan vektor **b** harus dibalik untuk mencapai titik Y dari titik B.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BX} = \mathbf{b}$

Karena B adalah titik tengah dari $\overrightarrow{AX}$, dan $\overrightarrow{BX}$ adalah **a**.

$\overrightarrow{YA} = \overrightarrow{YB} + \overrightarrow{BA} = (-\mathbf{a} - \mathbf{b}) + -\mathbf{b}$
$= -\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{b} = -\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$

Karena $\overrightarrow{YB} = -\mathbf{a} - \mathbf{b}$ (lihat persamaan di atas) dan $\overrightarrow{BA}$ adalah kebalikan $\overrightarrow{AB}$, sehingga menjadi $-\mathbf{b}$.

$\overrightarrow{AZ} = \overrightarrow{AY} + \overrightarrow{YZ} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b} + \mathbf{c}$

Karena $\overrightarrow{AY}$ adalah kebalikan dari $\overrightarrow{YA}$.
$\overrightarrow{YA} = -\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, sehingga $\overrightarrow{AY} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$.

Sudut Bersebelahan 33; Berlawanan Arah Jarum Jam 32; Sifat Asosiatif Penjumlahan 15; Lingkaran 65; Searah Jarum Jam 32; Notasi Vektor 45; Sifat Komutatif Penjumlahan 15; Panjang Vektor 45; Titik Tengah 48; Titik Sudut 32; Kelajuan 73

TAFSIRAN GEOMETRI

Tafsiran adalah tahapan dalam menggambar bentuk-bentuk geometri. Beberapa bentuk geometri dapat dibuat hanya dengan menggunakan jangka dan penggaris, namun beberapa bentuk geometri yang lain membutuhkan busur derajat.

Jangka dan bagian-bagiannya

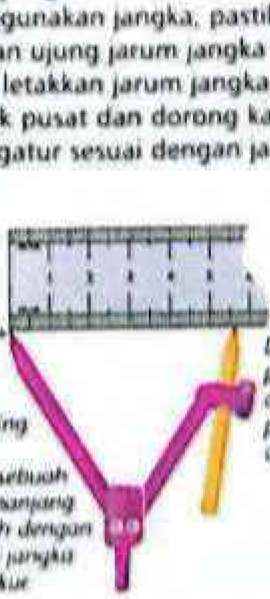
Jangka adalah alat yang biasa digunakan untuk menggambar garis lengkung dan lingkaran. Jangka juga biasa digunakan untuk memindahkan jarak suatu gambar ke gambar lain. Jangka memiliki 2 buah kaki yang menyatu pada ujung bagian atas. Kaki yang satu (yang tajam) sebagai titik pusat tumpuan dan kaki yang lain dapat diisi pensil.

*Beberapa jangka memiliki **mur pengatur** untuk mengatur kaki-kakinya.*

Beberapa jangka memiliki batang pensil yang menyatu dengan jangka.

Penggunaan jangka

Sebelum menggunakan jangka, pastikan bahwa ujung pensil dan ujung jarum jangka saling bertemu. Lalu, letakkan jarum jangka pada angka nol sebagai titik pusat dan dorong kaki pensil atau putar mur pengatur sesuai dengan jarak yang dibutuhkan.



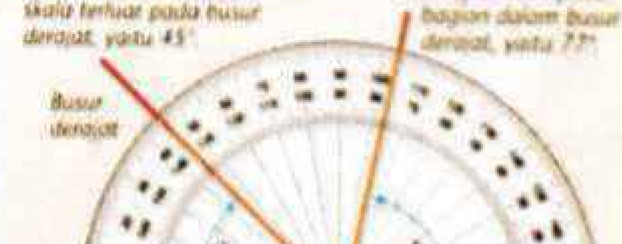
Menggambar lingkaran atau garis lengkung menggunakan jangka

Menggambar lingkaran atau garis lengkung dengan jangka dilakukan dengan cara menahan pegangan tangan pada jangka dengan posisi jarum jangka sebagai titik pusat, lalu putar kaki pensil searah jarum jam atau berlawanan arah jarum jam dengan tetap menjaga posisi kedua kaki dengan tekanan yang sama (agar tidak terjadi perubahan jarak antar kaki jangka).

Untuk mencegah perubahan jarak antara kedua kaki jangka pada saat menggambar lingkaran atau garis lengkung, miringkan jangka sesuai dengan arah perputaran jangka.

Busur derajat

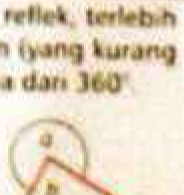
Busur derajat adalah alat yang digunakan untuk menggambar dan mengukur besar sudut. Busur derajat biasanya dibuat dari plastik transparan berbentuk setengah lingkaran atau lingkaran penuh dengan ukuran sudut (dalam satuan derajat) yang terletak pada sisi-sisinya. Ketika mengukur sudut menggunakan busur derajat, skala yang dibaca selalu dimulai dari nol.



Untuk mengetahui ukuran sudut reflek, terlebih dulu ukur sudut yang berlawanan (yang kurang dari 180°) dan kurangkan hasilnya dari 360°.

Untuk mencari sudut a, kurangi 360° oleh sudut b.

Contoh: jika sudut b = 85°, maka 360° − 85° = 275°. Jadi, besar sudut a adalah 275°.



Beberapa istilah penting dalam penafsiran geometri

Titik tengah

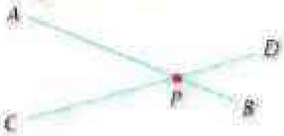
Titik tengah adalah sebuah titik yang tepat berada di bagian tengah di antara 2 titik dalam sebuah garis.

Titik P adalah titik tengah garis AB.

Titik potong

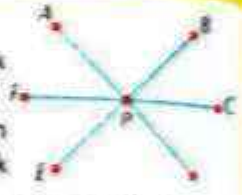
Titik potong adalah titik temu antara 2 garis atau lebih.

Titik P adalah titik potong garis AB dan CD.



ekuidistan

Ekuidistan adalah istilah untuk 2 titik atau lebih yang berjarak sama terhadap suatu titik yang merupakan titik pusat. Hal ini juga berlaku untuk garis, bidang, dan bangun ruang.



Titik A, B, C, D, E, dan F berjarak sama dari titik P

Garis bagi

Garis bagi adalah sebuah garis yang tepat membagi suatu sudut menjadi 2 bagian yang sama.

Garis sumbu

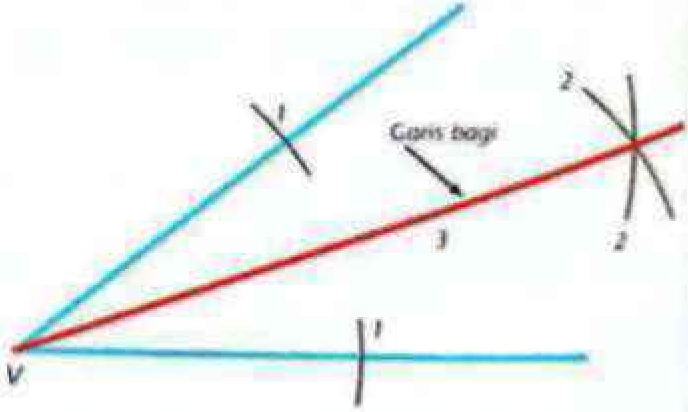
Garis sumbu adalah garis bagi yang membentuk sudut siku-siku tepat di bagian tengah suatu garis.

Dasar-dasar penafsiran geometri

Membuat garis bagi

Cara membuat garis bagi pada gambar di samping ini adalah sebagai berikut.

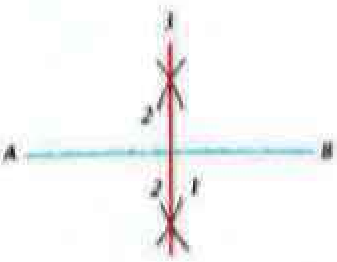
1. Letakkan ujung jarum jangka pada titik sudut (V) dan gambar sebuah garis lengkung pada kedua bagian lengan sudut.
2. Letakkan ujung jarum jangka di perpotongan garis lengkung pada masing-masing lengan sudut dan buat garis lengkung di tengah-tengah lengan sudut dari kedua lengan sudut tersebut.
3. Tarik sebuah garis lurus dari perpotongan garis lengkung yang dihasilkan ke titik sudut. Garis yang dihasilkan adalah **garis bagi**.



Membuat garis sumbu

Cara membuat garis sumbu pada garis AB adalah sebagai berikut.

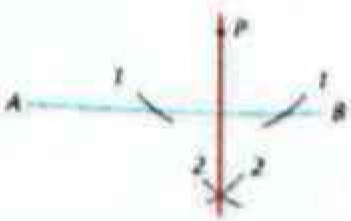
1. Atur jarak diantara ujung jangka sehingga berjarak lebih dari setengah bagian garis. Letakkan ujung jarum di titik A dan gambar sebuah lengkungan pada kedua sisi (bagian kanan dan bagian kiri garis).
2. Lakukan hal yang sama pada titik B tanpa mengubah setelan jangka (jarak antara kedua ujung jangka).
3. Gabungkan kedua titik perpotongan lengkungan yang dihasilkan dengan menarik sebuah garis lurus. Garis yang dihasilkan merupakan garis sumbu.



Membuat garis tegak lurus yang melalui titik tertentu

Cara membuat garis tegak lurus terhadap AB yang melalui titik P seperti pada gambar di bawah ini adalah sebagai berikut.

1. Letakkan ujung jarum jangka pada titik P dan buat garis lengkung pada kedua sisi (sisi kiri dan sisi kanan dari titik P) yang berpotongan dengan garis AB (dengan jarak antara jarum yang sama).
2. Letakkan ujung jarum jangka pada masing-masing perpotongan yang dihasilkan dan gambar sebuah lengkungan yang berada pada sisi yang berhadapan dengan titik P.
3. Buat sebuah garis lurus yang menghubungkan titik P dengan hasil perpotongan yang didapatkan pada langkah 2. Garis tersebut adalah garis tegak lurus AB yang melalui titik P.



Sudut *32*, **Busur** *47*, **Jangka** *47*, **Sudut Segitiga** *37*, **Ruas Garis** *30*, **Tegak Lurus** *30*, **Busur Derajat** *47*, **Sudut Siku-siku** *32*, **Poligon** *34*

Membuat Segitiga

Membuat segitiga dengan ketiga sisi yang diketahui

1. Gambar sebuah garis dengan panjang yang diinginkan (sebut garis AB).

2. Sesuaikan jangka untuk menggambar garis kedua. Letakkan ujung jarum jangka pada titik A dan gambar sebuah lengkungan.

3. Lakukan hal yang sama seperti langkah 2 pada titik B dengan arah lengkungan yang berlawanan arah jarum jam sehingga membentuk sebuah perpotongan. Lalu, beri nama **titik potong** antara kedua lengkungan tersebut (sebut titik C).

4. Hubungkan kedua ujung garis AB dengan sebuah garis lurus ke titik C sehingga membentuk garis AC dan garis BC. (Untuk membuat segitiga sama sisi, setel jangka dengan panjang yang sama dengan garis AB).

Membuat segitiga dengan dua buah sudut dan sebuah sisi yang diketahui

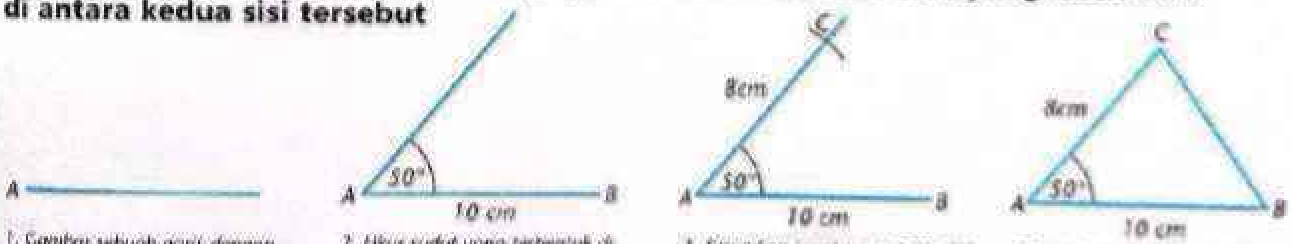
1. Gambar sebuah garis dengan panjang yang diinginkan (sebut garis AB).

2. Ukur sudut pertama yang diketahui pada titik A dengan menggunakan busur derajat, lalu beri tanda dan perpanjang garis yang terbentuk dari sudut tersebut menjadi sebuah kaki sudut.

3. Lakukan hal yang sama seperti langkah 2 pada titik B dengan arah yang berlawanan arah jarum jam.

4. Beri nama perpotongan lengan sudut (sebut titik C).

Membuat segitiga dengan dua sisi yang diketahui beserta sudut yang terbentuk di antara kedua sisi tersebut



1. Gambar sebuah garis dengan panjang yang diinginkan (sebut garis AB).

2. Ukur sudut yang terbentuk di antara kedua sisi pada titik A dengan menggunakan busur derajat, lalu tandai dan perpanjang lengan sudut yang terbentuk.

3. Sesuaikan jangka agar memiliki panjang yang sama dengan lengan sudut pada titik A dan gambar lengkungan pada perpanjangan garis lengan sudut tersebut. Beri nama pada perpotongan garis lengan sudut dengan lengkungan yang terbentuk (sebut titik C).

4. Lengkapi gambar segitiga dengan membuat sebuah garis lurus yang membentuk garis BC.

Segitiga dengan dua penyelesaian

Jika informasi yang tersedia tidak mencukupi untuk digunakan menggambar segitiga, maka ada 2 kemungkinan segitiga yang bisa dibuat. Kondisi semacam ini disebut **kasus ambigu**.

Sebagai contoh, cara untuk membuat sebuah segitiga dengan panjang sisi *AB* = 7,5 cm, sisi *AC* = 5 cm dan sudut *ABC* = 50° adalah sebagai berikut.

1. Gambar sisi AB sesuai dengan ukurannya, lalu beri nama.

2. Gunakan busur derajat dan letakkan di titik B, lalu cari sudut 50° dan perpanjang lengan busur membentuk sebuah garis lurus dengan titik B sebagai titik pangkalnya sehingga membentuk sudut B.

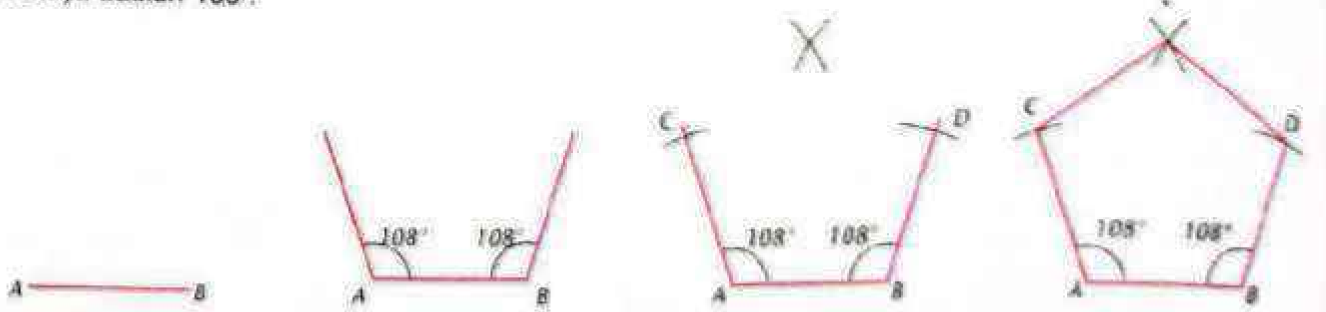
3. Gunakan jangka dan letakkan pada titik A sebagai pangkalnya, lalu gambar sebuah garis lengkung yang memotong sebanyak dua kali garis yang dihasilkan pada langkah 2.

4. Masing-masing perpotongan yang dihasilkan dapat langsung sebagai titik C yang menjadikan 2 kemungkinan bentuk segitiga yang bisa dibuat.

Bentuk penafsiran geometri lainnya

Membuat bentuk segi banyak beraturan

Sebagai contoh, untuk membuat sebuah segi lima beraturan dilakukan dengan membagi jumlah sudut dalam (540°) dengan banyaknya sudut dalam yang terdapat pada segi lima (5), sehingga besar masing-masing sudutnya adalah 108°.



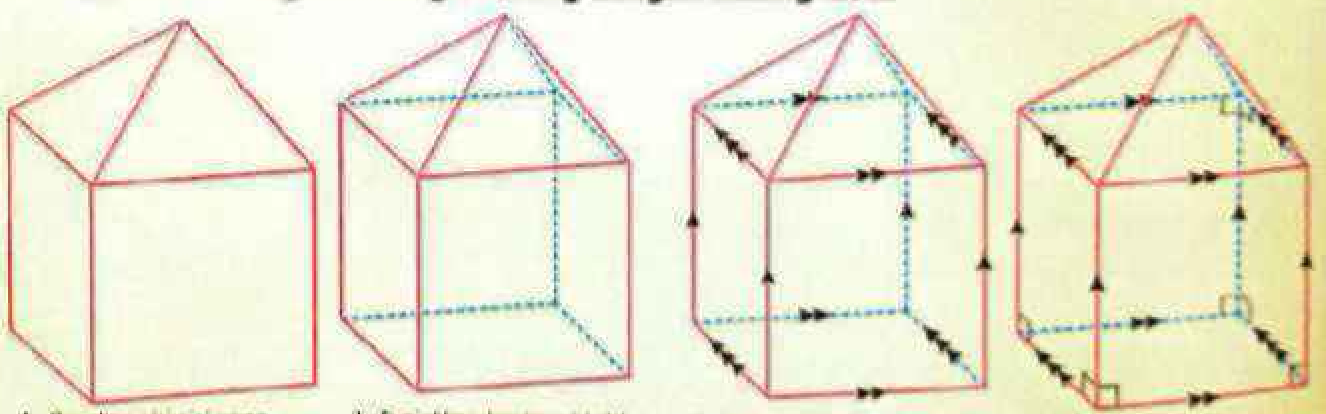
1. Gambar sebuah garis sebagai alas pentagon, lalu beri nama.

2. Gunakan busur derajat untuk mengukur sudut yang dibutuhkan pada titik A dan titik B (108°). Lalu, buat garis sesuai dengan besar sudut tersebut pada masing-masing titik.

3. Sesuaikan jarak antar jarum pada jangka dengan panjang yang sama dengan alas AB. Letakkan jarum jangka pada titik A, lalu gambar sebuah lengkungan yang memotong lengan. Lakukan hal yang sama di titik B. Lalu beri nama perpotongan tersebut sebagai titik C dan titik D.

4. Letakkan jarum jangka di titik C, lalu gambar sebuah lengkungan yang berada di antara titik C dan D sebelah atas. Lakukan hal yang sama pada titik D. Perpotongan lengkungan yang dihasilkan adalah titik E. Buat garis yang menghubungkan ABCDE menjadi segi lima beraturan.

Menggambar diagram bangun ruang dengan bidang lurus



1. Gambar sisi-sisi yang dapat dilihat. Pastikan bahwa sisi yang vertikal digambar secara vertikal.

2. Tunjukkan bagian sisi-sisi yang tidak terlihat dengan menggambar garis putus-putus.

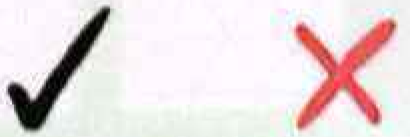
3. Tandai sisi-sisi yang sejajar dengan tanda yang sama.

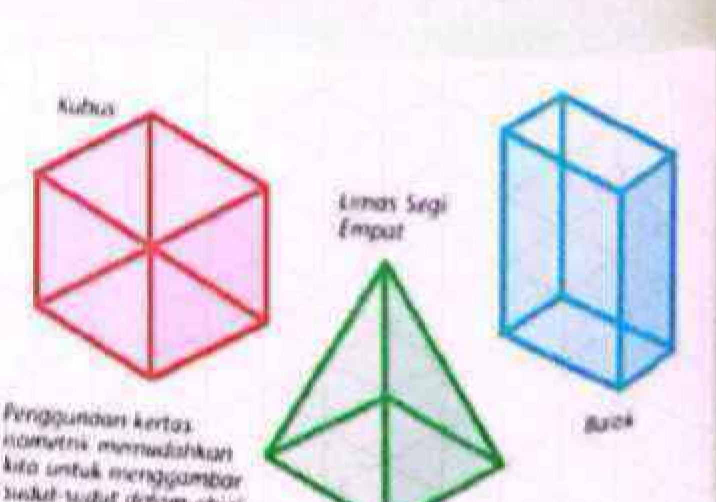
4. Tandai sudut-sudut 90° menggunakan simbol siku-siku. Hal ini perlu dilakukan karena beberapa sudut siku-siku pada gambar terlihat seperti bukan sudut 90°.

Kertas isometrik

Kertas isometrik adalah cetakan kertas yang memiliki 3 pasang garis sejajar dengan sudut yang terbentuk pada setiap perpotongannya sebesar 60°. Penggunaan kertas isometrik akan memudahkan kita dalam menggambar suatu objek serta dapat memberikan efek 3 dimensi pada gambar yang dibuat.

Ketika menggunakan kertas isometri, pastikan bahwa terdapat garis vertikal seperti pada gambar di bawah ini





Penggunaan kertas isometrik memudahkan kita untuk menggambar sudut-sudut dalam objek 3 dimensi

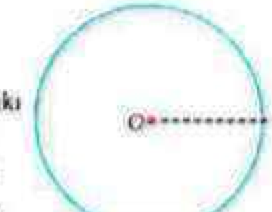
LOKUS

Lokus berasal dari kata latin "locus" (jamak: loci). Lokus adalah kumpulan titik-titik yang membentuk sifat tertentu dan dapat berupa suatu bagian atau garis edar. Sebagai contoh, jika kita berdiri dan merentangkan tangan lalu berputar di tempat yang sama, maka lokus dari rentangan tangan kita berbentuk lingkaran. Tubuh kita berfungsi sebagai titik pusat dengan lengan kita sebagai jari-jari lingkaran.

Kambing ini diikat tali yang panjangnya 10 m dengan tiang (sebagai pusat) di sebuah lapangan. Jika kambing itu bisa memakan rumput dalam jangkauannya, maka lokus kambing ini merupakan daerah lingkaran dengan jari-jari 10 m dengan tiang sebagai pusatnya

Lokus dari sebuah titik

Lokus dari sebuah titik adalah sekumpulan titik-titik yang memiliki jarak yang sama dari sebuah titik pusat sehingga disebut lingkaran.



Lokus dari suatu titik selalu memiliki jarak yang sama (r) dari suatu titik pusat O adalah sebuah lingkaran. Pusat lingkaran adalah "O" dan jari-jari lingkaran adalah "r".

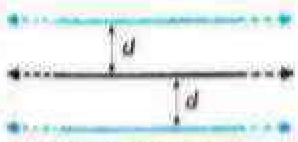
Lokus dari dua titik

Lokus dari dua titik adalah sekumpulan titik-titik yang berjarak sama terhadap 2 buah titik yaitu berbentuk garis sumbu dari garis yang menghubungkan kedua titik tersebut.

Setiap titik pada lokus memiliki jarak yang sama terhadap titik P dan titik Q.

Lokus dari sebuah garis

Lokus dari sebuah garis adalah sekumpulan titik-titik yang memiliki jarak sama terhadap garis tersebut (*d*) dan membentuk 2 garis lain yang saling sejajar yang berjarak sama (d) terhadap garis asalnya.

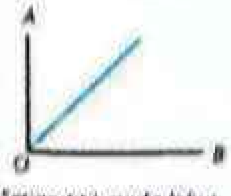


Lokus dari setiap garis memiliki panjang yang sama dengan garis asalnya.

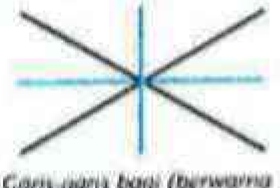
Lokus dari ruas garis (AB) berbentuk 2 garis sejajar dan 2 bangun setengah lingkaran.

Lokus dari garis-garis yang berpotongan

Lokus dari garis-garis yang berpotongan adalah sekumpulan titik-titik yang memiliki jarak yang sama dari 2 garis yang berpotongan tersebut yang membentuk garis bagi diantara kedua garis tersebut.



Setiap titik pada lokus memiliki jarak yang sama dari garis OA dan garis OB



Garis-garis bagi (berwarna biru) dari sepasang garis yang saling berpotongan selalu membentuk sudut siku-siku

Lokus gabungan/campuran

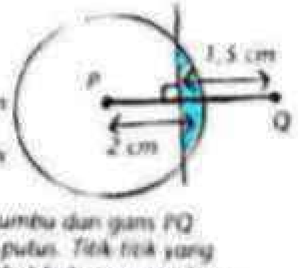
Lokus gabungan adalah sekumpulan titik-titik yang memiliki lebih dari satu sifat atau bentuk.

Langkah-langkah menggambar lokus gabungan adalah sebagai berikut.

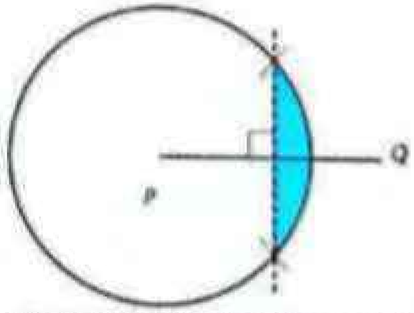
1. Gambar sketsa lokus yang diinginkan.
2. Gunakan jangka dan penggaris untuk membuat diagram akhir. Jangan menghapus garis yang telah digambar.
3. Tambahkan beberapa keterangan yang dibutuhkan dengan jelas.
4. Arsirlah daerah yang memenuhi lokus. Gunakan garis yang tebal sebagai batas dari lokus gabungan tersebut dan buatlah garis putus-putus untuk menunjukkan daerah yang bukan merupakan bagian dari lokus gabungan tersebut.

Sebagai contoh, titik *P* dan *Q* berjarak 3 cm. Cari himpunan titik-titik yang kurang dari 2 cm dari titik *P* dan lebih dekat ke titik *Q*.

*1. **Gambar sketsa lokus**. Untuk mencari titik-titik yang berjarak kurang dari 2 cm dari titik P, gambarlah sebuah lingkaran dengan jari-jari 2 cm. Lalu, untuk mencari titik yang lebih ke titik Q, gambarlah garis sumbu dari PQ.*



*2. **Buat lokus**. Dalam hal ini, garis sumbu dan garis PQ digambar dalam bentuk garis putus-putus. Titik-titik yang terletak pada garis putus-putus tersebut bukan merupakan daerah lokus gabungan karena memiliki jarak yang sama dari P dan Q sehingga tidak lebih dekat ke titik Q.*



Daerah yang diarsir adalah kumpulan titik yang berjarak kurang dari 2 cm dari titik P, tetapi lebih dekat ke titik Q dibandingkan titik P.

MENGGAMBAR DENGAN SKALA

Sebagian besar objek berukuran terlalu besar atau terlalu kecil untuk digambar dengan ukuran yang sebenarnya. Dengan menggunakan **skala**, setiap ukuran panjang suatu objek diperbesar atau diperkecil dengan perbandingan tertentu sehingga gambar yang dihasilkan menjadi lebih besar atau lebih kecil tanpa mengubah relasi dari setiap ukuran panjang yang terdapat pada objek tersebut.

Gambar di samping adalah gambar berskala menara Eiffel di Paris, Perancis. Menara Eiffel yang sebenarnya memiliki ukuran 70.000 kali lebih besar dari gambar ini.

Ukuran

Skala

Skala adalah perbadingan antara ukuran gambar atau model dengan ukuran benda sebenarnya. Skala dituliskan dalam bentuk $x : y$, dengan x mewakili ukuran yang digunakan dalam gambar dan y mewakili ukuran sebenarnya.

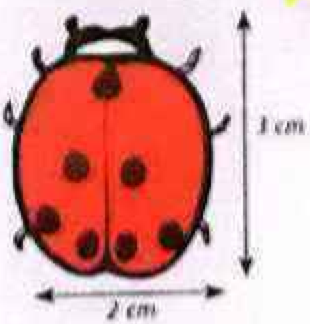
Sebagai contoh, skala 1 : 1.000 berarti setiap satu satuan unit panjang pada skala yang terdapat di dalam gambar mewakili 1.000 unit panjang pada benda sebenarnya.

Skala diperbesar

Skala diperbesar digunakan untuk memperbesar ukuran objek pada saat digambar. Objek yang menggunakan skala diperbesar memiliki perbandingan dengan angka pertama lebih besar dibandingkan dengan angka kedua.

Contoh: *Skala = 3 : 1*

Gambar bintang telah diperbesar (skala diperbesar)



Gambar kumbang di atas menggunakan skala 3 : 1 yang berarti bahwa setiap 3 cm pada gambar mewakili 1 cm pada keadaan sebenarnya. Lalu, berapa ukuran kumbang sebenarnya jika dihitung dalam ukuran mm?

3 cm mewakili 3 ÷ 3 cm
= 1 cm = 10 mm
2 cm mewakili 2 ÷ 3 cm
= 0,66 cm = 7 mm (dibulatkan)

Jadi, kumbang tersebut pada keadaan sebenarnya memiliki panjang 10 mm dan lebar 7 mm.

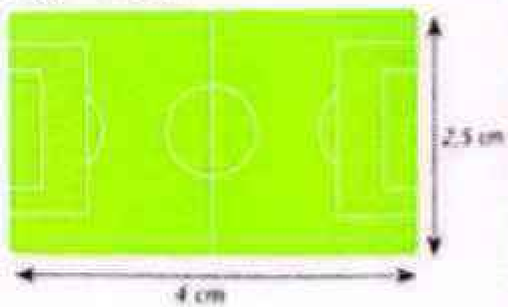
Skala diperkecil

Skala diperkecil digunakan untuk memperkecil ukuran objek pada saat digambar. Objek yang menggunakan skala diperkecil memiliki perbandingan dengan angka pertama lebih kecil dibandingkan dengan angka kedua.

Gambar bin… telah diper… (skala diper…

Contoh:

Skala = 1 : 2.750



Gambar lapangan sepak bola di atas menggunakan skala 1 : 2.750 yang berarti bahwa setiap 1 cm pada gambar mewakili 2.750 cm pada keadaan sebenarnya. Lalu, berapa ukuran lapangan sebenarnya dalam ukuran per sepuluh meter?

4 cm mewakili 4 × 2.750 cm
= 11.000 cm
= 110 m (dalam satuan per sepuluh meter).
2,5 cm mewakili 2,5 × 2.750 cm
= 6.875 cm = 68,75 m = 70 m (dibulatkan dalam puluhan terdekat).

Jadi, lapangan sepak bola tersebut memiliki panjang 110 m dan lebar 70 m (dibulatkan dalam puluhan terdekat).

Faktor skala

Faktor skala adalah nilai perbandingan suatu objek yang telah diperkecil atau diperbesar. Contohnya, jika sebuah objek digambar 10 kali lebih besar dari keadaan sebenarnya, maka faktor skalanya adalah 10. Jika objek tersebut digambarkan dengan ukuran setengahnya dari keadaan sebenarnya, maka faktor skalanya adalah $\frac{1}{2}$. Untuk mencari faktor skala digunakan rumus:

$$\text{Faktor Skala} = \frac{\text{panjang pada gambar}}{\text{panjang sebenarnya}}$$

(lihat juga dilatasi pada halaman 44).

Sudut *12*; Searah Jarum Jam *12*; Horizontal *10*; Proporsi *23*; Rasio *24*

Arah

Kompas

Kompas adalah alat untuk menunjukkan arah. Kompas memiliki jarum magnet yang berputar pada porosnya dengan jarum kompas yang menunjuk ke arah utara. Empat buah arah utama yang terdapat pada kompas adalah utara yang berada pada bagian atas, selatan yang berada pada bagian bawah, timur yang berada pada bagian kanan, dan barat yang berada pada bagian kiri. Selain keempat arah tersebut, juga terdapat 4 arah lainnya yaitu timur laut, tenggara, barat daya, dan barat laut.

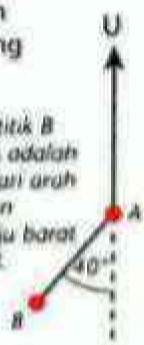
Gambar di samping menunjukkan posisi ke-8 buah arah angin pada sebuah kompas. Penandaan bentuk angka yang berada pada bagian dalam lingkaran menunjukkan nilai sudut dalam satuan derajat.

Arah utara seringkali ditunjukkan dengan menggambarkan sebuah anak panah. Jika arah utara sudah diketahui, maka kita dapat mengetahui semua arah mata angin lainnya.

A terletak pada bagian barat dari B dan C terletak pada bagian selatan dari B. B terletak pada bagian timur dari A dan pada bagian utara dari C.

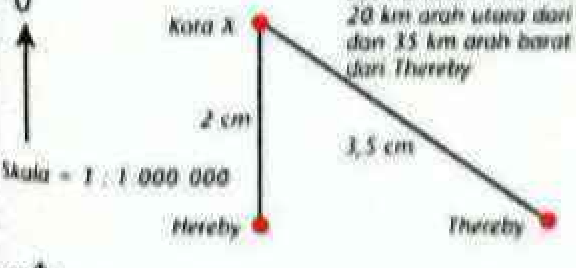
Jika suatu arah terletak di antara dua titik mata angin, maka arah tersebut dapat diukur dalam besaran derajat dari arah utara atau dari arah selatan (tergantung arah mana yang lebih mendekati).

Arah titik P dari O adalah 60° dari arah utara menuju arah timur U60°T.



Arah titik B dari A adalah 40° dari arah selatan menuju barat S40°B.

Dengan menggabungkan penerapan kompas dan **skala**, kita dapat membuat suatu gambar, yang berupa peta, yang mewakili arah dan jarak dengan akurat.

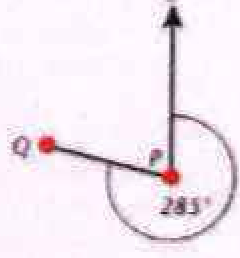


Peta di samping menunjukkan bahwa kota X memiliki jarak 20 km arah utara dari Hereby dan 35 km arah barat laut dari Thereby.

Jurusan tiga angka

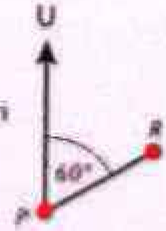
Jurusan tiga angka adalah metode yang digunakan untuk menggambarkan arah antara suatu titik yang dihubungkan dengan titik lain. Jurusan tiga angka diukur mengikuti arah jarum jam dari arah utara. Untuk mencari arah titik *Q* dari titik *P* dilakukan dengan melihat arah utara dari titik *P* lalu diputar searah jarum jam (ke arah kanan) hingga bertemu dengan titik *Q*.

Contoh: Jurusan tiga angka titik *Q* dari titik *P* pada gambar di samping adalah 285°.



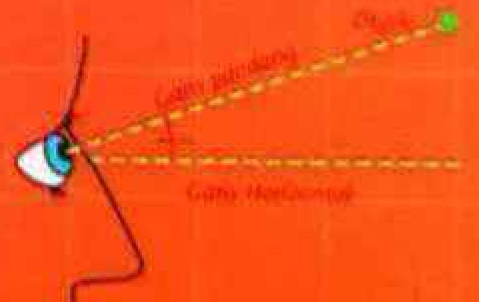
Jika sudut perputaran yang terbentuk kurang dari 100°, tuliskan angka nol di bagian depan hasil pengukuran untuk menyatakan jurusan tiga angka.

Contoh: Jurusan tiga angka titik *R* dari titik *P* adalah *O* 60°.



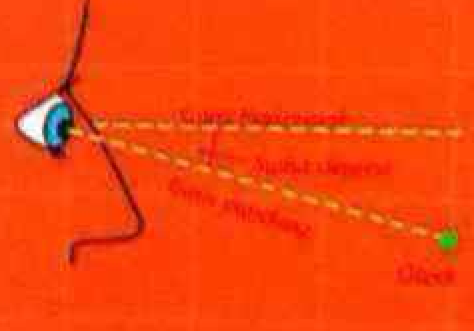
Sudut elevasi

Sudut elevasi adalah sudut yang terbentuk antara garis horizontal dengan garis pandang ketika melihat suatu objek yang lebih tinggi.



Sudut depresi

Sudut depresi adalah sudut yang terbentuk antara garis horizontal dengan garis pandang ketika melihat suatu objek yang lebih rendah.



Membuat gambar berskala

Langkah-langkah membuat gambar berskala:

1. Buat sketsa gambar. Sketsa gambar akan membantu kita memberikan gambaran kasar tentang gambar yang seharusnya dibuat. Beri tanda pada semua sudut yang terbentuk dan beri ukuran panjang pada setiap sisi-sisi yang digambar.
2. Gunakan skala yang sesuai untuk menggambar.
3. Buat sketsa gambar kedua, lalu beri ukuran skala yang sesuai dengan sudut-sudut dan panjang garis yang dibutuhkan untuk gambar akhir.
4. Buat gambar akhir yang sesuai dengan ukuran-ukuran yang telah dihitung sebelumnya.
5. Beri skala pada gambar yang dibuat serta beri judul pada gambar tersebut.
6. Cari ukuran-ukuran gambar yang belum diketahui dengan menggunakan jangka dan penggaris, lalu kalikan dengan skala pembagi.

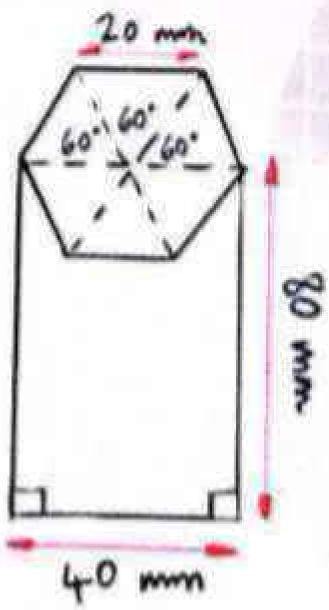
Contoh

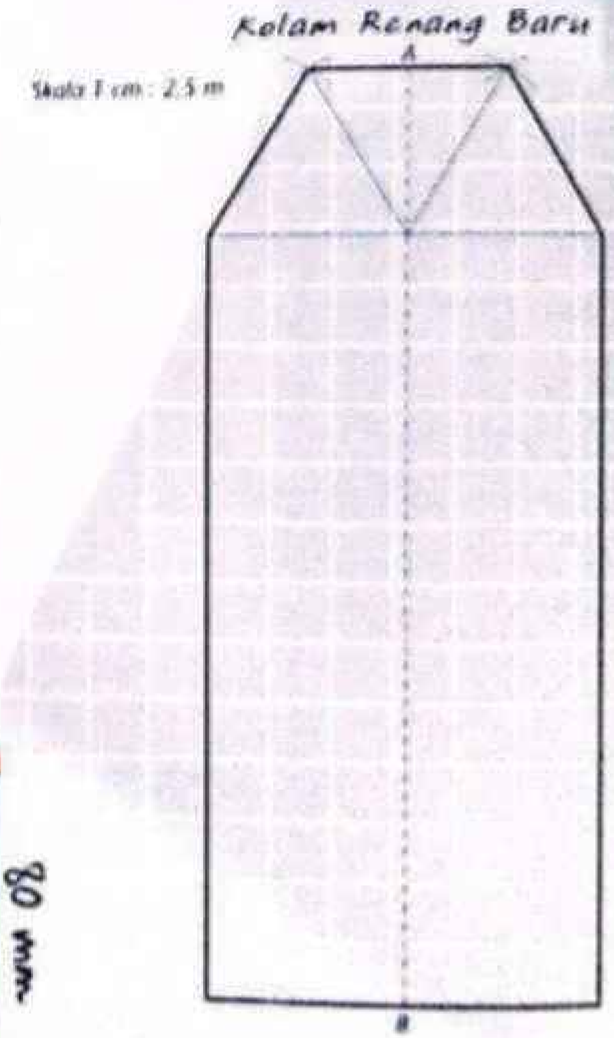
Pada saat renovasi, sebuah tempat rekreasi memiliki kolam renang dengan sebuah kolam dangkal (kolam anak-anak) yang ada di salah satu bagian ujung kolam tersebut. Ukuran kolam yang sebenarnya adalah 10 m × 20 m. Kolam anak berbentuk segi enam beraturan dengan panjang setiap sisinya adalah 5 m.

Dengan menggunakan skala 1 cm berbanding 2,5 m, buat gambar berskala untuk kolam renang yang baru. Gunakan gambar tersebut untuk mengetahui ukuran panjang sisi-sisi kolam.

Sketsa gambar disertai dengan keterangan pada ukuran sebenarnya

Sketsa yang lebih akurat dengan menggunakan ukuran skala





A adalah titik tengah dari sisi kolam anak dan *B* adalah titik tengah dari sisi kolam dewasa. Dari gambar di atas, *AB* berjarak 97 mm, ini berarti total panjang kolam adalah 24,3 m (dibulatkan dalam satu tempat desimal).

KELILING DAN LUAS

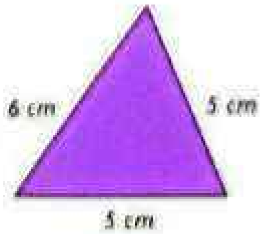
Keliling adalah jumlah sisi-sisi suatu bangun datar, sedangkan besaran yang menyatakan ukuran suatu bangun datar disebut **luas**. Luas memiliki satuan unit persegi, contohnya, milimeter persegi (mm^2) dan sentimeter persegi (cm^2) untuk ukuran kecil atau meter persegi (m^2) dan kilometer persegi (km^2) untuk ukuran besar. Untuk ukuran luas yang sangat besar seperti sawah atau kebun, biasanya diukur dengan satuan hektar (ha). 1 hektar sama dengan 10.000 m^2 atau 10 km^2.

Keliling

Untuk mencari keliling dari bangun datar dengan sisi yang lurus dilakukan dengan cara menjumlahkan seluruh sisinya.

Keliling = total jarak tepi suatu bangun datar

Keliling = jumlah seluruh sisi suatu bangun datar



Sebagai contoh, keliling dari segitiga di samping ini adalah
6 + 5 + 5 = 16 cm

Untuk mencari keliling lingkaran dapat dilakukan dengan mengalikan pi dengan diameter lingkaran. Pi memiliki nilai $\frac{22}{7}$ atau 3,14 atau biasa juga hanya ditulis dengan lambang pi, yaitu π.

Rusuk sebuah lingkaran adalah keliling lingkaran tersebut. Diameter lingkaran ruas garis yang melalui titik tengah lingkaran.

Rumus untuk menghitung keliling lingkaran adalah
Keliling = $\pi \times d$ (atau biasa ditulis πd)
dengan d adalah diameter lingkaran.

Contoh, keliling lingkaran di bawah ini adalah

Keliling $= \pi \times d$
$= \pi \times 5{,}5$
$= 5{,}5\pi$ cm

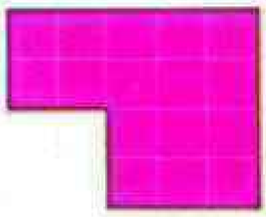
Atau

Keliling $= 3{,}14 \times 5{,}5$
$= 17{,}27$ cm

Luas

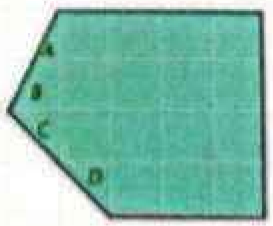
Memperkirakan luas

Untuk memperkirakan luas suatu bangun datar dilakukan dengan menggambar bangun datar tersebut pada kertas berpetak dan menghitung banyaknya petak yang merupakan bagian dari bangun datar tersebut.



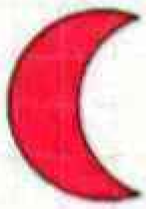
Luas dari bangun datar di samping ini adalah 16 satuan luas.

Jika ada beberapa bagian segi banyak hanya menempati sebagian petak pada kertas berpetak, hitung banyaknya petak yang merupakan bagian utuh dari bangun tersebut, lalu hitung petak yang dibentuk dari bagian-bagian/bangun datar yang tersisa.



Bangun datar di samping ini meliputi 15 petak utuh. A dan B dapat disatukan menjadi sebuah petak, begitu pula dengan C dan D. Sehingga luas bangun di samping adalah 17 satuan luas (15 + 2)

Jika suatu bangun datar berbentuk melengkung, maka luas bangun datar tersebut diperkirakan dengan menghitung banyaknya petak yang utuh ditambah dengan petak-petak yang terisi setengahnya atau lebih (dianggap satu petak) dan mengabaikan petak-petak yang hanya terisi kurang dari setengahnya.



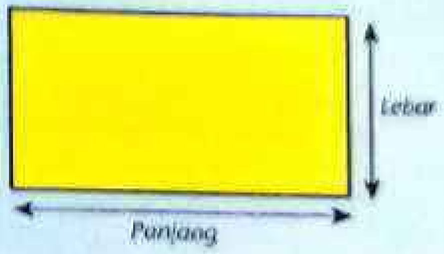
Perkiraan luas bangun datar di samping ini adalah 4 satuan luas

Rumus luas

Luas beberapa bangun datar dapat dihitung dengan menggunakan rumus. Rumus-rumus tersebut dapat digunakan untuk bidang yang sama dengan ukuran yang berbeda.

Luas persegi panjang

Luas persegi panjang dapat dicari dengan cara mengalikan panjang dan lebar persegi panjang.

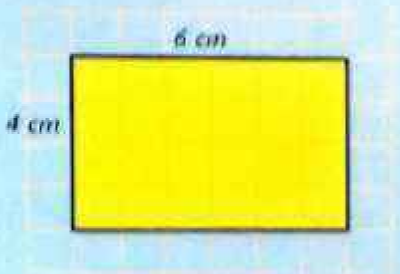


Rumus luas persegi panjang adalah

Luas = panjang × lebar

Rumus di atas biasanya ditulis dengan simbol

$$L = p \times l$$



Contoh: Luas persegi panjang di samping adalah

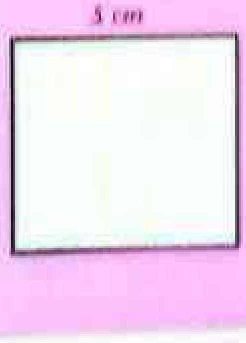
Luas $= 6 \times 4$
$= 24\ cm^2$

Luas persegi

Seperti halnya rumus luas persegi panjang, luas persegi dapat dicari dengan mengalikan panjang dan lebar persegi.

Karena persegi memiliki panjang dan lebar yang sama, maka luas persegi adalah

Luas = sisi × sisi = (sisi)²

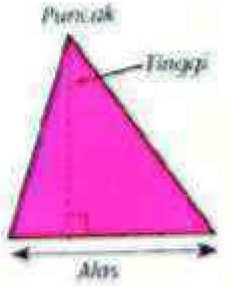


Contoh: Luas persegi di samping adalah

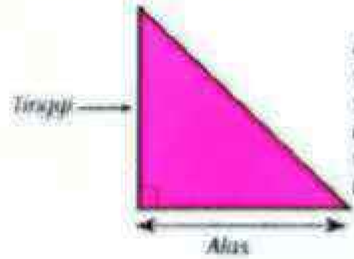
Luas $= 5 \times 5$
$= 25\ cm^2$

Luas segitiga

Untuk mencari luas segitiga, kita harus mengetahui tinggi segitiga tersebut. Tinggi segitiga adalah sebuah garis yang ditarik dari puncak segitiga terhadap alas segitiga dan membentuk sudut siku-siku. Setiap sisi segitiga dapat dijadikan alas segitiga.

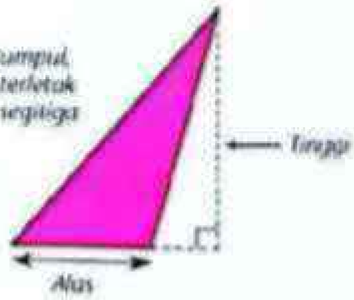


Pada umumnya, tinggi segitiga terletak di bagian dalam segitiga.



Pada segitiga siku-siku, tinggi segitiga adalah merupakan salah satu sisi segitiga tersebut.

Pada segitiga tumpul, tinggi segitiga terletak di bagian luar segitiga tersebut.



Secara umum, rumus yang digunakan untuk menghitung luas segitiga adalah

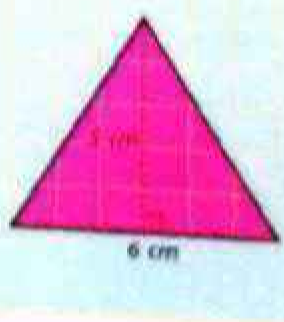
Luas $= \frac{1}{2} \times$ **(alas × tinggi)**

Rumus di atas data ditulis dengan simbol

$$L = \frac{1}{2}\ (at)$$

Selain itu, rumus untuk menghitung luas segitiga terkadang ditulis dalam bentuk:

$$\text{Luas} = \frac{\text{alas} \times \text{tinggi}}{2}$$



Sebagai contoh, luas segitiga di samping adalah

Luas $= \frac{1}{2} \times (5 \times 6)$
$= \frac{1}{2} \times 30$
$= 15\ cm^2$

Luas jajargenjang

Untuk menghitung luas jajargenjang, kita harus terlebih dulu mengetahui tinggi jajargenjang tersebut (garis yang ditarik dari sebuah titik sudut terhadap alas jajargenjang dan membentuk sudut siku-siku).

Rumus yang digunakan untuk menghitung luas jajargenjang adalah

Luas = alas × tinggi

Rumus di atas dapat dituliskan dalam bentuk

Luas = *at*

Sebagai contoh, luas jajargenjang di samping adalah

Luas $= 4 \times 5$
$= 20 \text{ cm}^2$

Luas trapesium

Untuk menghitung luas trapesium kita harus mengetahui panjang sisi-sisi yang saling sejajar (yaitu sisi *a* dan sisi *b* pada gambar di bawah ini) serta jarak antara kedua sisi tersebut (*h*).

Rumus yang digunakan untuk menghitung luas trapesium adalah

$$\textbf{Luas} = \frac{1}{2} \times (a + b) \times h$$

Sebagai contoh, luas trapesium di samping ini adalah

Luas $= \frac{1}{2} \times (4 + 7) \times 3$
$= \frac{1}{2} \times 11 \times 3$
$= \frac{1}{2} \times 33$
$= 16{,}5 \text{ cm}^2$

Luas lingkaran

Untuk menghitung luas lingkaran, kita harus mengetahui jari-jari lingkaran. Jari-jari lingkaran adalah jarak sembarang titik pada lingkaran terhadap pusat lingkaran.

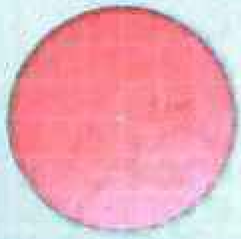
Rumus yang digunakan untuk menghitung luas lingkaran adalah

Luas $= \pi \times r^2$
$= \pi r^2$

dengan π (pi) konstanta bernilai $\frac{22}{7}$ atau 3,14 dan r adalah jari-jari lingkaran.

Sebagai contoh, luas lingkaran di samping adalah

Luas $= \pi \times 3^2$
$= 3{,}14 \times 9$
$= 28{,}3 \text{ cm}^2$
(3 angka penting)



Luas Permukaan

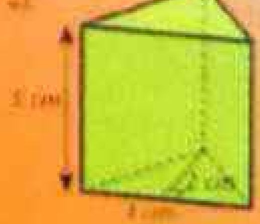
Luas permukaan adalah jumlah luas [illegible] bangun datar yang membentuk [illegible] ruang. Untuk menghitung luas permukaan [illegible] dapat dilakukan dengan cara sebagai [illegible]

Luas permukaan = jumlah luas [illegible] bangun ruang

Sebagai contoh, gambar prisma di [illegible] dibentuk dari 3 buah persegi panjang yang sama besar dan 2 buah segitiga sama sisi yang juga sama besar.

Maka, luas permukaan prisma adalah

$= 3(5 \times 3) + 2\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 2\right)$
$= 45 + 6$
$= 51 \text{ cm}^2$



Pada umumnya, cara untuk menghitung luas permukaan sebuah polihedron adalah

Luas permukaan = luas sisi × banyaknya sisi

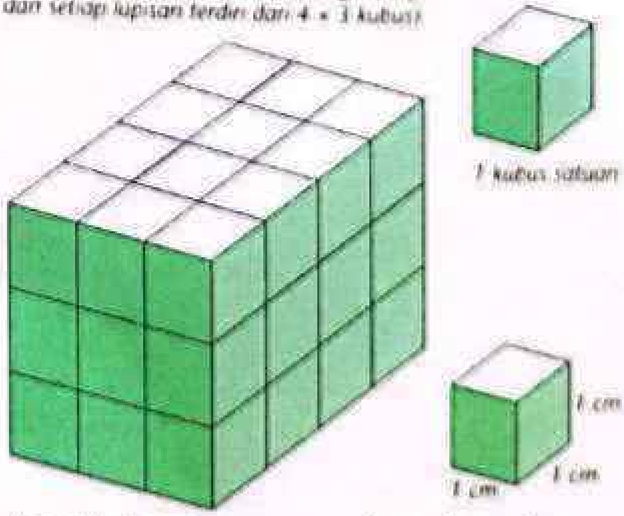
Luas permukaan gambar kubus di samping ini adalah

Luas $= 6 \times (4 \times 4)$
$= 6 \times 16$
$= 96 \text{ cm}^2$

VOLUME

Seberapa banyak ruang yang bisa ditempati dalam suatu bangun ruang disebut **volume**. Bangun ruang dapat diukur dengan menghitung banyaknya **kubus satuan** yang bisa dimasukkan ke dalam bangun tersebut. Pada dasarnya satuan yang digunakan untuk mengukur volume adalah satuan panjang, namun dalam bentuk kubik, contoh sentimeter kubik (cm^3) dan meter kubik (m^3).

Jumlah kubus yang dibutuhkan untuk memenuhi balok di bawah ini adalah 36 buah yang didapatkan dari 3 × 4 × 3 = 36 buah kubus (karena terdiri dari 3 lapisan di bagian depan dan setiap lapisan terdiri dari 4 × 3 kubus)



Jika satu kubus satuan memiliki volume 1 cm^3, maka volume balok adalah 36 cm^3

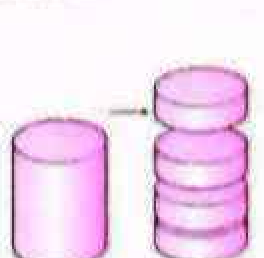
1 cm × 1 cm × 1 cm = 1 centimeter kubik (cm^3)

Rumus Volume

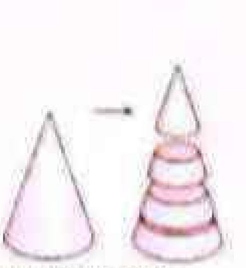
Volume berbagai bentuk bangun ruang dapat dicari dengan menggunakan rumus. Rumus tersebut berlaku untuk ukuran yang beraneka ragam.

Rumus mencari volume bangun ruang tidak lepas dari rumus untuk mencari luas alas. Hal ini dikarenakan bahwa bangun ruang terbentuk dari beberapa bangun datar sebagaimana contoh balok di atas.

Dalam beberapa bangun ruang seperti tabung, luas dari setiap lapisan adalah sama. Ini disebut **irisan bidang yang beraturan**. Dalam bentuk lain seperti kerucut, bentuk dan irisan bidang yang dimiliki berbeda.



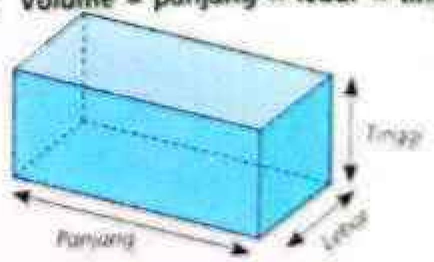
Setiap lapisan pada tabung memiliki bentuk dan ukuran yang sama



Setiap lapisan pada kerucut memiliki bentuk dan ukuran yang berbeda

Volume balok

Volume balok dapat dicari dengan menggunakan rumus: **Volume = panjang × lebar × tinggi**

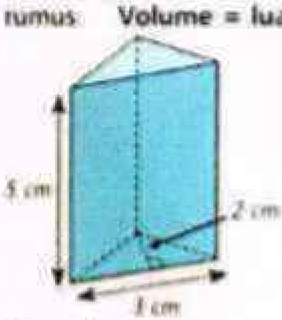


Sebagai contoh, volume sebuah balok yang memiliki panjang 8 cm, lebar 3 cm, dan tinggi 4 cm adalah

$$V = 8 \times 3 \times 4$$
$$= 96\ cm^3$$

Volume prisma

Volume prisma dapat dicari dengan menggunakan rumus: **Volume = luas alas × tinggi**



Rumus untuk mencari luas alas prisma bergantung pada bentuk alas pada prisma (lihat halaman 56-57).

Prisma di atas memiliki alas berbentuk segitiga sehingga untuk menghitung volumenya diperlukan rumus untuk mencari luas segitiga, yaitu:

Luas $= \frac{1}{2} \times$ **(alas × tinggi)**

Sehingga volume prisma di atas adalah:

$$\text{Volume} = (\tfrac{1}{2} \times 3 \times 2) \times 5$$
$$= 15\ cm^3$$

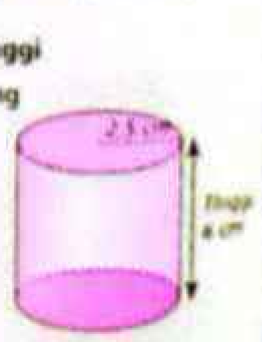
Sebuah tabung memiliki alas berbentuk lingkaran sehingga volumenya dicari dengan mengalikan luas alas berbentuk lingkaran dengan tinggi tabung, yaitu:

Volume = πr^2 × tinggi

Sebagai contoh, volume tabung di samping adalah:

$$\text{Volume} = \pi \times (2{,}5)^2 \times 6$$
$$= \pi \times 6{,}25 \times 6$$
$$= 117{,}75\ cm^3$$
$$= 118\ cm^3$$

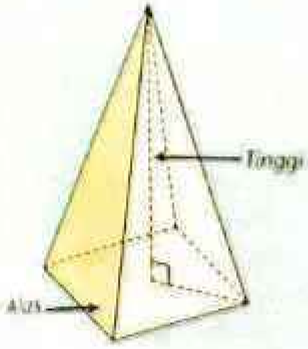
(dibulatkan menjadi 3 angka penting)

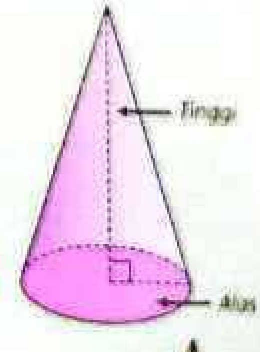


Volume limas dan kerucut

Volume limas dan kerucut dihitung dengan rumus berikut ini:

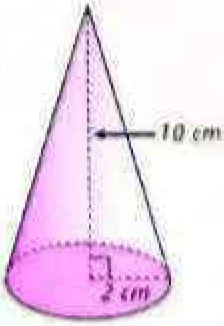
$$\text{Volume} = \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi}$$





Sebagai contoh, volume limas segi empat di samping adalah

$$\begin{aligned}\text{Volume} &= \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 10\\ &= \frac{1}{3} \times 36 \times 10\\ &= 120\ \text{cm}^3\end{aligned}$$



Volume kerucut di samping adalah

$$\begin{aligned}\text{Volume} &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 10\\ &= \frac{1}{3} \times (\pi \times 4) \times 10\\ &= \frac{1}{3} \times 125{,}66371\\ &= 41{,}9\ \text{cm}^3\end{aligned}$$

(3 angka penting)

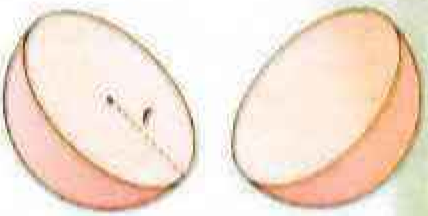
Volume bola

Volume bola dihitung dengan rumus berikut

$$\text{Volume} = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

dengan r adalah jari-jari bola.

Bola di samping ini dipotong pada bagian tengahnya yang membentuk bidang irisan.



Sebagai contoh, volume bola di samping dapat dicari dengan cara

$$\begin{aligned}\text{Volume} &= \frac{4}{3} \times \pi \times 6^3\\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 216\\ &= 904\ \text{cm}^3\end{aligned}$$

(3 angka penting)

Volume dan kapasitas

Volume sangat berkaitan erat dengan **kapasitas** suatu benda, yaitu jumlah muatan atau daya tampung benda. Kapasitas biasanya diukur dengan satuan *mililiter* (mL) atau *liter* (L).

Sebuah wadah yang memiliki volume 1 cm^3 memiliki daya tampung 1 mililiter cairan. Wadah yang memiliki volume 1.000 cm^3 memiliki daya tampung 1 liter.

Sendok di bawah ini memiliki daya tampung 5 ml cairan

Wadah di samping ini memiliki kapasitas 1 liter

Massa Jenis

Massa jenis adalah massa dari satu satuan volume material padat pada suatu benda. Massa jenis seringkali disebut sebagai massa per satuan volume. Massa jenis diukur dengan satuan gram per sentimeter kubik (g/cm^3) atau kilogram per meter kubik (kg/m^3). Rumus untuk menghitung massa jenis adalah

$$\text{Massa jenis} = \frac{\text{massa}}{\text{volume}}$$

Sebagai contoh, massa jenis dari batu bata dan spons di bawah ini adalah sebagai berikut.

Massa batu bata = 2,4 kg
Volume batu bata = 1.260 cm^3

$$\begin{aligned}\text{Massa jenis batu bata} &= \frac{2.400\ \text{g}}{1.260\ \text{cm}^3}\\ &= 1{,}9\ \text{g/cm}^3\ \text{(hasil pembulatan)}\end{aligned}$$

Massa spons = 200 g
Volume spons = 1.260 cm^3

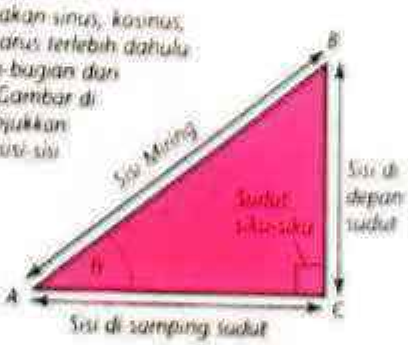
$$\begin{aligned}\text{Massa jenis spons} &= \frac{200\ \text{g}}{1.260\ \text{cm}^3}\\ &= 0{,}16\ \text{g/cm}^3\ \text{(hasil pembulatan)}\end{aligned}$$

Dari perbandingan massa jenis antara spons dan batu bata, maka dapat disimpulkan bahwa batu bata memiliki massa jenis yang lebih besar dibandingkan spons.

TRIGONOMETRI

Trigonometri adalah bagian ilmu matematika yang mempelajari hubungan antara sisi-sisi pada segitiga dengan sudut-sudut yang terbentuk. Hubungan ini digambarkan oleh 3 fungsi utama sudut, yaitu sinus, kosinus, dan tangen yang lebih dikenal sebagai fungsi trigonometri. Dalam trigonometri, sudut-sudut yang besarnya tidak diketahui ditulis dengan menggunakan huruf Yunani, seperti α (*alpha*) dan θ (*theta*).

Sebelum menggunakan sinus, kosinus, dan tangen, kita harus terlebih dahulu memahami bagian-bagian dari segitiga siku-siku. Gambar di samping ini menunjukkan hubungan antara sisi-sisi segitiga siku-siku dengan sudut-sudutnya.



Sisi di depan sudut
Sisi ini adalah sisi yang tepat berada di hadapan sudut. Pada gambar di atas, sisi yang berhadapan dengan sudut θ adalah sisi *BC*.

Sisi di samping sudut
Sisi ini adalah sisi horizontal yang terletak tepat di bawah sudut. Pada gambar di atas, sisi di samping sudut θ adalah sisi *AC*.

Sisi miring (hipotenusa)
Sisi miring adalah sisi yang terpanjang pada segitiga siku-siku. Pada gambar di atas, sisi miring ditunjukkan oleh sisi *AB*.

Teorema Phytagoras
Teorema Phytagoras menyatakan bahwa kuadrat sisi miring pada segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari kedua sisi lainnya. Teorema Phytagoras dapat dipelajari lebih dalam pada halaman 38.

Rumus Pythagoras adalah
$c^2 = a^2 + b^2$

Mencari sisi yang tidak diketahui

Ada 3 cara yang dapat dilakukan untuk mencari panjang sisi atau besar sudut yang tidak diketahui dalam segitiga siku-siku, yaitu perbandingan sinus, kosinus, dan tangen.

Sinus
Rumus:

$$\sin \theta = \frac{\text{panjang sisi di depan sudut}}{\text{panjang sisi miring}}$$

Perbandingan sinus digunakan untuk mengetahui panjang sisi di depan sudut atau sisi miring sebuah segitiga. Sebagai contoh, untuk mencari panjang sisi a pada gambar di samping, gunakan rumus perbandingan sinus, sehingga

$$\sin \theta = \frac{\text{panjang sisi di depan sudut}}{\text{panjang sisi miring}}$$

$$\sin 48^\circ = \frac{a}{9}$$

Persamaan di atas dapat dibentuk menjadi

$$a = 9 \times \sin 48^\circ$$

Gunakan tombol "sin" pada kalkulator untuk mencari nilai sin 48° sehingga penyelesaiannya adalah

$$a = 9 \times 0{,}743\,144\,82$$

$$a = 6{,}69 \text{ cm (hasil pembulatan)}$$

Jadi, panjang sisi a adalah 6,69 cm.

Penggunaan Kalkulator

Tombol sinus, kosinus, dan tangen dapat ditemukan pada kalkulator ilmiah (scientific calculator), biasanya diberi label sin, cos, dan tan.

Pada beberapa kalkulator, tombol sinus, kosinus, dan tangen digunakan untuk mencari nilai invers fungsi tersebut (lihat bagian atas pada ketiga tombol tersebut), sehingga terkadang kita harus terlebih dahulu menekan tombol *shift* atau tombol *invers*. Kalkulator dapat digunakan dalam beberapa mode penggunaan. Jadi pastikan kalkulator yang digunakan ada pada posisi mode "DEG" untuk mendapatkan ukuran sudut dalam derajat.

Kosinus

Rumus:

$$\cos \theta = \frac{\text{panjang sisi di bawah sudut}}{\text{panjang sisi miring}}$$

Perbandingan kosinus digunakan untuk mengetahui panjang sisi di samping sudut atau sisi miring sebuah segitiga.

Sebagai contoh, untuk mencari panjang sisi b pada gambar di samping, gunakan rumus perbandingan kosinus, sehingga

$$\cos \theta = \frac{\text{panjang sisi di bawah sudut}}{\text{panjang sisi miring}}$$

$$\cos 36^\circ = \frac{10}{b}$$

Persamaan di atas dapat dibentuk menjadi

$$b = \frac{10}{\cos 36^\circ}$$

Gunakan tombol "cos" pada kalkulator untuk mencari nilai cos 36° sehingga penyelesaiannya adalah

$$b = \frac{10}{0{,}80901699}$$

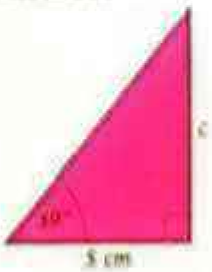
$$b = 12{,}36 \text{ cm (hasil pembulatan)}$$

Jadi, panjang sisi b adalah 12,36 cm.

Tangen

Rumus:

$$\tan \theta = \frac{\text{panjang sisi di depan sudut}}{\text{panjang sisi di bawah sudut}}$$



Perbandingan tangen digunakan untuk mengetahui panjang sisi di depan sudut atau sisi di bawah sudut sebuah segitiga. Sebagai contoh, untuk mencari panjang sisi c pada gambar di samping, gunakan rumus perbandingan tangen, sehingga

$$\tan \theta = \frac{\text{panjang sisi di depan sudut}}{\text{panjang sisi di bawah sudut}}$$

$$\tan 50^\circ = \frac{c}{5}$$

Persamaan di atas dapat dibentuk menjadi

$$c = 5 \times \tan 50^\circ$$

Gunakan tombol "tan" pada kalkulator untuk mencari nilai tan 50° sehingga penyelesaiannya adalah

$$c = 5 \times 1{,}19175359$$

$$c = 5{,}96 \text{ cm}$$

Jadi, panjang sisi c adalah 5,96 cm.

De-Mi, Sa-Mi, De-sa

Rangkaian kata yang bisa dibentuk untuk memudahkan mengingat perbandingan sinus, kosinus, dan tangen adalah

$$\text{Sin } \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi miring}} \quad \text{(De-Mi)}$$

$$\text{Cos } \theta = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi miring}} \quad \text{(Sa-Mi)}$$

$$\text{Tan } \theta = \frac{\text{sisi depan}}{\text{sisi samping}} \quad \text{(De-sa)}$$

Mencari sudut yang tidak diketahui

Perbandingan sinus, kosinus, dan tangen juga dapat digunakan untuk mencari nilai sudut yang tidak diketahui dalam sebuah segitiga siku-siku.

Tombol **sin**$^{-1}$ pada kalkulator digunakan untuk mencari besar sudut. Tombol tersebut adalah tombol invers dari sinus dan terkadang disebut dengan **arcsin**.

Tombol **cos**$^{-1}$ pada kalkulator digunakan untuk mencari besar sudut. Tombol tersebut adalah tombol invers dari kosinus dan terkadang disebut dengan **arccos**.

Tombol **tan**$^{-1}$ pada kalkulator digunakan untuk mencari besar sudut. Tombol tersebut adalah tombol invers dari tangen dan terkadang disebut dengan **arctan**.

Sebagai contoh, jika panjang sisi miring dan sisi di depan sudut pada segitiga siku-siku di bawah ini diketahui, maka untuk mencari besar sudut θ, dapat menggunakan perbandingan kosinus, yaitu

$$\cos \theta = \frac{\text{panjang sisi di depan sudut}}{\text{panjang sisi miring}}$$

$$\cos \theta = \frac{6}{12}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk $\theta = \cos^{-1} 0{,}5$

Gunakan tombol invers cos ($\cos^{-1}$ atau arccos) pada kalkulator untuk mendapatkan nilai θ, yaitu

$\cos^{-1} 0{,}5 = 60^\circ$

Jadi, besar sudut θ adalah 60°.

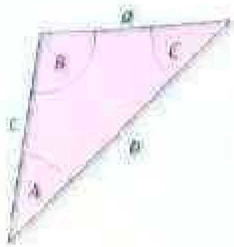
Segitiga Sembarang

Jika suatu segitiga tidak memiliki sudut siku-siku, maka perbandingan sinus, kosinus, dan tangen tidak dapat diterapkan secara langsung untuk mencari besar sudut dan panjang sisi segitiga. Dalam hal ini, digunakan aturan lain dari sinus dan kosinus.

Aturan sinus

Rumus:

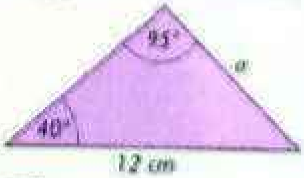
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Aturan di atas juga dapat ditulis dalam bentuk

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

Aturan sinus dapat digunakan untuk mencari panjang salah satu sisi segitiga jika panjang salah satu sisi dan dua buah sudut segitiga tersebut diketahui. Sebagai contoh, pada gambar segitiga di bawah ini, panjang salah satu sisi dan besar dua buah sudutnya diketahui, sehingga panjang sisi *a* dapat dihitung dengan menggunakan aturan sinus, yaitu



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{a}{\sin 40^\circ} = \frac{12}{\sin 95^\circ}$$

$$\frac{a}{0{,}64278760} = \frac{12}{0{,}99619469}$$

$$a = \frac{12}{0{,}99619469} \times 0{,}64278760$$

$$a = 12{,}04583815 \times 0{,}64278760$$

$$a = 7{,}74 \text{ cm}$$

Keterangan: Persamaan disusun sedemikian rupa sehingga a menjadi subjek persamaan

Jadi, panjang sisi *a* adalah 7,74 cm.

Aturan sinus juga dapat digunakan untuk mencari besar salah satu sudut segitiga jika besar salah satu sudutnya dan panjang 2 buah sisi segitiga tersebut diketahui. Dalam hal ini, gunakan aturan sinus yang telah dibalikkan (sudut yang dicari sebagai pembilang) untuk memudahkan perhitungan. Sebagai contoh, pada gambar segitiga di bawah ini, besar sudut *A* dapat dicari dengan cara sebagai berikut:

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$\frac{\sin A}{10} = \frac{\sin 35^\circ}{8}$$

$$\sin A = \frac{\sin 35^\circ}{8} \times 10$$

$$\sin A = 0{,}07169705 \times 10$$

$$\sin A = 0{,}7169705$$

$$A = \sin^{-1} 0{,}7169705$$

$$A = 45{,}8^\circ$$

Aturan Kosinus

Rumus:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

atau dapat juga ditulis dalam bentuk

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

atau $\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

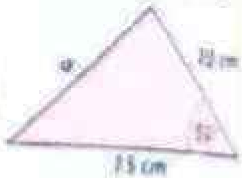
Selain itu, dapat juga ditulis dalam bentuk

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Aturan kosinus dapat digunakan untuk mencari panjang salah satu sisi segitiga jika panjang kedua sisi lainnya beserta sudut yang terbentuk di antara kedua sisi tersebut diketahui. Sebagai contoh, untuk mencari panjang sisi *a* pada segitiga di samping dapat dilakukan dengan cara



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 10^2 + 15^2 - (2 \times 10 \times 15 \times \cos 50^\circ)$$

$$a^2 = 100 + 225 - (300 \times 0{,}64278761)$$

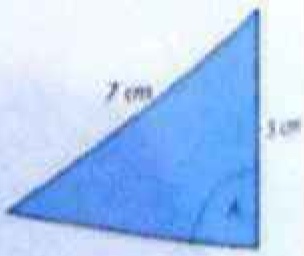
$$a^2 = 325 - 192{,}836283$$

$$a^2 = 132{,}163717$$

$$a = 11{,}5$$

Jadi, panjang sisi *a* adalah 11,5 cm.

Aturan kosinus juga dapat digunakan untuk mencari besar salah satu sudut segitiga jika panjang ketiga sisinya diketahui. Sebagai contoh panjang ketiga sisi pada segitiga di bawah ini diketahui. Dalam hal ini gunakan persamaan ke-2 di mana sudut yang dicari menjadi subjek persamaan, yaitu



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{6^2 + 5^2 - 7^2}{2 \times 6 \times 5}$$

$$\cos A = \frac{12}{60}$$

$$\cos A = 0{,}2$$

$$A = \cos^{-1} 0{,}2$$

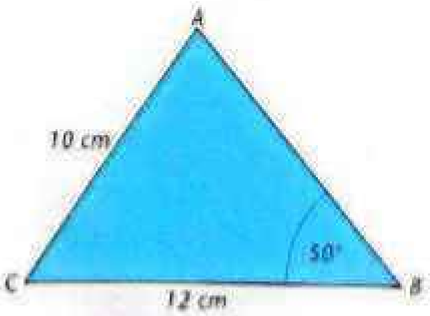
$$A = 78{,}5^\circ$$

Jadi, besar sudut *A* adalah 78,5°.

Kasus Ambigu

Jika panjang dua buah sisi segitiga diketahui, namun besar sudut yang terbentuk di antara kedua sisi tersebut tidak diketahui, maka segitiga yang dimaksud memiliki dua kemungkinan bentuk. Kasus semacam ini disebut kasus ambigu, karena kita tidak mendapatkan informasi yang memadai untuk menggambar segitiga tersebut (cara menggambar segitiga dengan kasus ambigu dapat dilihat pada halaman 49).

Sebagai contoh, sebuah segitiga yang memiliki sisi *a* adalah 12 cm dan sisi *b* adalah10 cm serta sudut *B* sebesar 50° memiliki 2 kemungkinan bentuk, yaitu seperti gambar di bawah ini.



Sudut *A* pada kedua gambar di atas memiliki ukuran yang berbeda. Dengan menggunakan aturan sinus, kita dapat menghitung besar sudut *A*, yaitu

$$\frac{\sin A}{12} = \frac{\sin 50^\circ}{10}$$

$$\sin A = \frac{\sin 50^\circ}{10} \times 12$$

$$\sin A = 0{,}91925333$$

$$A = \sin^{-1}(0{,}91925333)$$

$$A = 66{,}8^\circ$$

Besar sudut di atas adalah besar sudut *A* untuk gambar segitiga pertama. Untuk mencari besar sudut *A* pada gambar segitiga kedua dapat dilakukan dengan cara seperti berikut

$$180^\circ - 66{,}8^\circ = 113{,}2^\circ$$

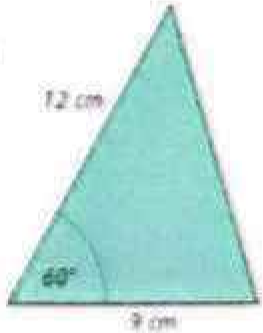
Jadi, besar sudut *A* memiliki 2 kemungkinan, yaitu 66,8° dan 113,2°. Untuk lebih yakin dengan hasil tersebut, kita dapat mengeceknya dengan menggunakan grafik sinus. Jika hanya diperlukan satu jawaban, ambil jawaban yang memiliki nilai terkecil (kalkulator akan secara otomatis memberikan jawaban yang paling kecil).

Luas Segitiga

Luas segitiga juga bisa dihitung dengan menggunakan aturan trigonometri, yaitu

$$\text{luas} = \frac{1}{2}\,ab \sin C$$

dengan C adalah besar sudut diketahui yang merupakan sudut yang terbentuk antara 2 buah sisi yang diketahui panjangnya.



Sebagai contoh, pada gambar segitiga di samping, panjang dua buah sisi segitiga dan besar sudut yang terbentuk di antara kedua sisi tersebut diketahui, maka luas segitiga ini dapat dihitung dengan cara

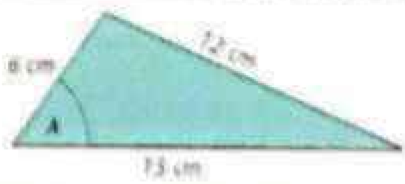
$$\frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times 0{,}86602540$$

$$= 46{,}8 \text{ cm}^2$$

Jika panjang kedua sisi segitiga dan besar sudut yang terbentuk di antara kedua sisi tersebut tidak diketahui, maka kita harus terlebih dahulu menghitungnya dengan menggunakan aturan sinus dan kosinus sebelum menghitung luas segitiga tersebut.

Sebagai contoh, panjang ketiga sisi segitiga pada gambar di bawah ini adalah 6 cm, 12 cm, dan 15 cm.



Untuk mencari luas segitiga di atas, kita harus terlebih dahulu menghitung besar sudut *A* dengan menggunakan aturan kosinus (karena panjang ketiga sisi segitiga diketahui), yaitu sebagai berikut

$$\cos A = \frac{15^2 + 6^2 - 12^2}{(2 \times 15 \times 6)}$$

$$\cos A = \frac{117}{180}$$

$$\cos A = 0{,}65$$

$$A = \cos^{-1}(0{,}65)$$

$$A = 49{,}45839813 = 49{,}5^\circ$$

Lalu, menghitung luasnya

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 15 \times \sin 49{,}45839813$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 15 \times 0{,}75993421$$

$$= 68{,}4 \text{ cm}^2$$

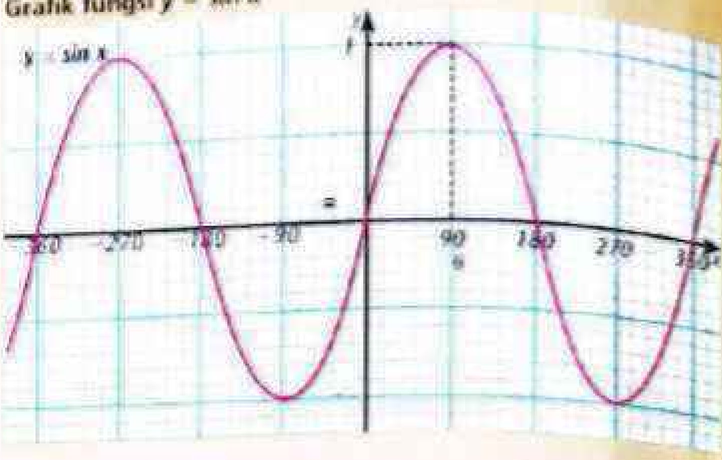
Jadi, luas segitiga tersebut adalah 68,4 cm².

Grafik Trigonometri

Grafik sinus

Grafik sinus berlaku untuk semua jenis sudut θ. Grafik sinus membentuk kurva yang disebut kurva sinus. Pola kurva pada grafik sinus berulang setiap 360°, sehingga dapat disimpulkan bahwa periode grafik sinus adalah 360°. Grafik sinus dapat digunakan untuk mencari besar sudut dari nilai sin x, dengan x adalah sembarang sudut.

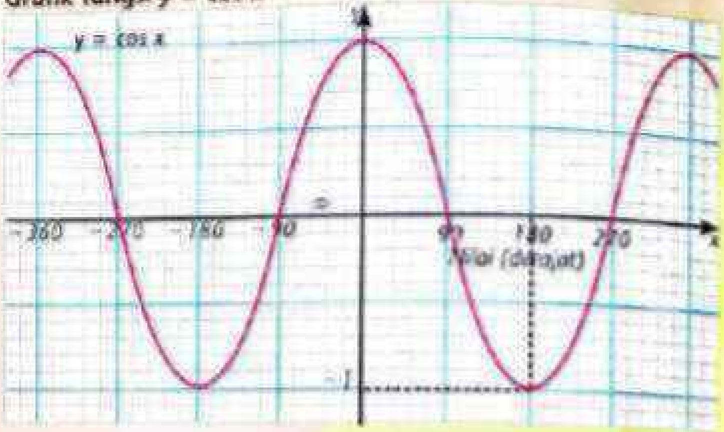
Grafik fungsi $y = \sin x$



Grafik kosinus

Grafik kosinus berlaku untuk semua jenis sudut θ. Pola kurva pada grafik kosinus berulang setiap 360°, sehingga dapat disimpulkan bahwa periode grafik kosinus adalah 360°. Bentuk grafik kosinus mirip dengan grafik sinus, namun dengan nilai yang berbeda sepanjang sumbu x (lihat besar sudut pada sumbu x pada gambar grafik sinus dan grafik kosinus di samping ini). Grafik kosinus dapat digunakan untuk mencari besar sudut dari nilai cos x, dengan x adalah sembarang sudut.

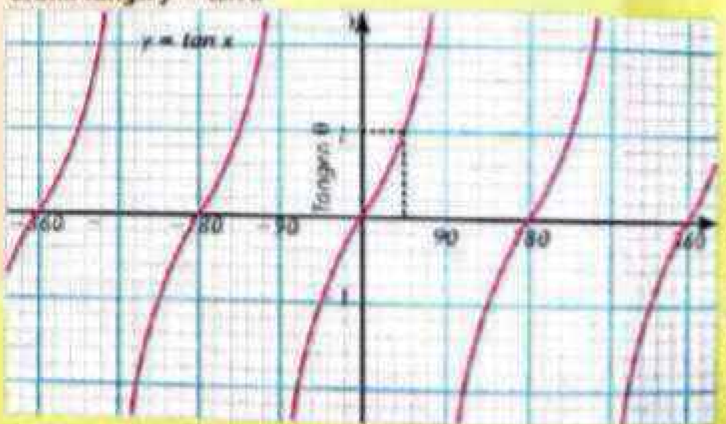
Grafik fungsi $y = \cos x$



Grafik tangen

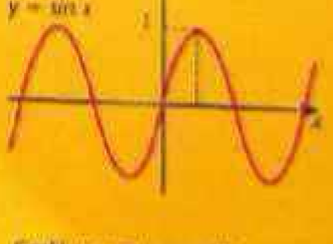
Grafik tangen berlaku untuk semua jenis sudut θ. Bentuk grafik tangen tidak kontinu (terputus-putus) dan berulang setiap 180°, sehingga dapat disimpulkan bahwa periode grafik tangen adalah 180°. Gambar grafik tangen terputus pada tan θ yang memiliki nilai tak hingga (kalkulator akan memunculkan keterangan error untuk nilai tan 90°). Titik ini seringkali disebut sebagai titik diskontinuitas. Grafik tangen dapat digunakan untuk mencari besar sudut dari nilai tan x, dengan x adalah sembarang sudut. Contohnya, untuk $x = 45°$ maka $y = 1$, berarti nilai tan 45° = 1.

Grafik fungsi $y = \tan x$

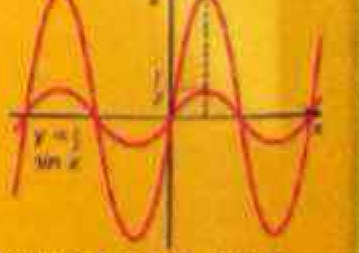


Transformasi grafik

Transformasi grafik sinus dan kosinus terjadi ketika persamaan fungsinya diubah. Bentuk grafik $y = \sin x$ berbeda dengan $y = a \sin x$, dan bentuk grafik $y = \cos x$ juga berbeda dengan $y = a \cos x$ ($a \neq 0$). Perbedaan bentuk yang terjadi terletak pada ukuran ketinggian grafik yang disebut amplitudo.



Grafik $y = \sin x$ memiliki nilai maksimum 1



Grafik $y = 2 \sin x$ memiliki nilai maksimum 2. Sedangkan grafik $y = \frac{1}{2} \sin x$ memiliki nilai maksimum $\frac{1}{2}$, dan seterusnya.

Sudut 32; Luas 55; Jangka 47; Kerucut 68; Cosinus 60; Silinder 67; Fungsi 92; Grafik 80; Sinus 60; Bola 69; Tangen 60

LINGKARAN

Lingkaran merupakan kurva tertutup sederhana, di mana setiap titik yang berada di sekelilingnya berjarak sama dari sebuah titik tertentu, yang dinamakan *pusat* lingkaran. Lingkaran dapat digambar dengan menggunakan jangka. Lingkaran memiliki beberapa sifat yang membantu kita menghitung keliling dan luasnya, serta volume tabung, kerucut, dan bola.

Bagian-Bagian Lingkaran

Keliling lingkaran
Merupakan jumlah jarak sekeliling lingkaran.

Busur
Merupakan bagian dari **keliling** lingkaran. Jika keliling lingkaran dibagi menjadi dua buah busur yang panjangnya tidak sama, maka busur yang lebih panjang dinamakan **busur mayor** dan yang lebih kecil dinamakan **busur minor**.

Busur setengah lingkaran
Merupakan suatu **busur** yang merupakan setengah dari **keliling** lingkaran.

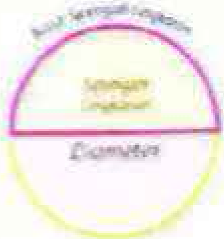
Busur kuadran
Merupakan suatu **busur yang** merupakan seperempat **bagian** dari **keliling** lingkaran.

Jari-jari
Merupakan ruas garis yang ditarik dari **pusat** lingkaran ke sebuah titik yang terletak pada **keliling** lingkaran. Jari-jari adalah setengah bagian dari **diameter**.

Diameter
Merupakan ruas garis yang melalui **pusat** lingkaran, menghubungkan dua titik yang terletak pada keliling lingkaran. Diameter merupakan dua kali **jari-jari**.

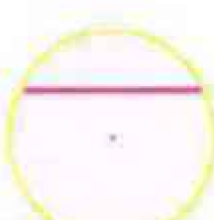
Juring
Merupakan bagian lingkaran yang dibentuk oleh sebuah **busur lingkaran** dan dua **jari-jari**. Bagian juring yang lebih kecil dinamakan **juring minor**, dan bagian yang lebih besar dinamakan **juring mayor**.

Setengah lingkaran
Merupakan setengah bagian dari sebuah lingkaran, yang dibentuk oleh **diameter** dan **busur setengah lingkaran**.



Kuadran
Merupakan seperempat lingkaran, di bentuk oleh dua jari-jari yang saling tegak lurus dan sebuah **busur kuadran**.

Tali busur
Merupakan ruas garis lurus yang menghubungkan dua titik pada lingkaran. Dua buah tali busur sama panjang yang digambar dalam suatu lingkaran disebut ekuidistan (sama jarak) dari **pusat** lingkaran. Sama artinya dengan jika dua buah tali busur berjarak sama dari pusat lingkaran, maka kedua tali busur-tali busur tersebut akan sama panjang.



Tembereng
Merupakan bagian dari sebuah lingkaran yang dibatasi oleh **tali busur**. Bagian yang lebih besar dinamakan **tembereng mayor**, sedangkan yang lebih kecil dinamakan **tembereng minor**.

PERHITUNGAN YANG MENGGUNAKAN LINGKARAN

Pi (π)

Pi merupakan perbandingan keliling lingkaran dengan garis tengahnya (diameternya) atau dengan kata lain, jarak sekeliling lingkaran dibandingkan dengan jarak lintasnya. Pi merupakan bilangan irasional yang telah dihitung lebih dari satu triliun tempat desimal, tetapi diperkirakan 3,142 (tiga tempat desimal) atau $\frac{22}{7}$ yang dilambangkan dengan huruf Yunani (π). Pi digunakan untuk mengukur luas dan volum lingkaran, tabung, kerucut, dan bola.

Kalkulator akan memperlihatkan nilai Pi dalam beberapa tempat desimal, contoh: 3,141592654, yang cukup akurat bagi sebagian besar perhitungan. (Jumlah tempat desimal bervariasi dari kalkulator yang satu dengan lainnya).

Untuk menghitung keliling lingkaran

Kalikan diameter dengan Pi (π). Rumus untuk menghitung keliling lingkaran adalah:

$$\textit{Keliling} = \pi d \text{ atau } 2\pi r$$

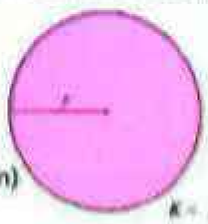
dengan r adalah jari-jari dan d adalah diameter lingkaran.

Contoh: Keliling lingkaran dengan jari-jari 5 cm adalah:
$= 2 \times \pi \times 5$
$= 2 \times 3{,}14 \times 5$
$= 31{,}4$ cm

Jika keliling lingkaran diketahui, kamu dapat menghitung panjang jari-jari atau diameter menggunakan rumus:

$$r = \frac{\text{keliling}}{2\pi}$$

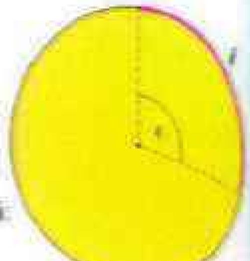
Contoh: Jika keliling lingkaran adalah 26 cm, maka jari-jarinya adalah
$= \frac{26}{2 \times \pi}$
$= \frac{26}{6{,}283}$
$= 4{,}14$ cm (hasil pembulatan)



Untuk menghitung panjang busur lingkaran

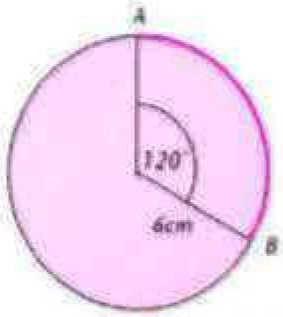
Gambarlah sebuah garis lurus pada setiap ujung busur lingkaran menuju ke pusat lingkaran kemudian ukur besar sudut yang terbentuk. Panjang busur merupakan bagian dari keliling lingkaran yang sama, di mana sudut pusat lingkaran adalah 360° (sudut dalam 1 putaran):

$$\frac{l}{K} = \frac{x}{360}$$



di mana l adalah panjang busur, K adalah keliling lingkaran, dan x adalah sudut pusat. Ini berarti:

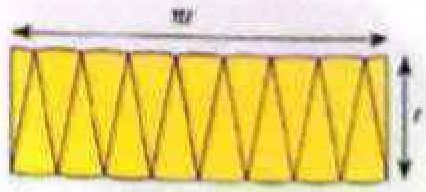
$$l = \frac{x}{360} \times K$$



Contoh:
Untuk menghitung panjang busur AB dengan jari-jari 6 cm dan sudut pusat lingkaran 120° adalah:
$= \frac{x}{360} \times K$
$= \frac{120}{360} \times 2\pi r$
$= \frac{1}{3} \times 2 \times \pi \times 6$
$= 12{,}6$ cm (hasil pembulatan)

Luas lingkaran

Sebuah lingkaran memiliki jari-jari (r) dan keliling ($2\pi r$). Jika kamu iris lingkaran tersebut dan menyusun bagian-bagian irisannya seperti yang tampak di bawah ini, maka hasilnya akan berbentuk persegi panjang yang luasnya adalah $\pi r \times r$, atau πr^2



Dengan demikian luas lingkaran dapat dihitung menggunakan rumus:

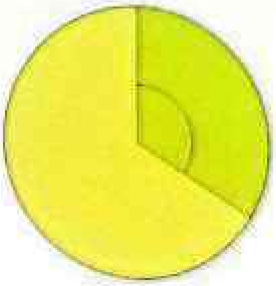
$$\textit{Luas} = \pi r^2$$

Contoh: Luas lingkaran dengan jari-jari 4 cm adalah
$\pi \times 4^2$
$= \pi \times 16$
$= 50{,}3\ cm^2$ (hasil pembulatan)

Sudut 12; Busur 65; Luas 53; Keliling 65; Kerucut 68; Diameter 65; Formula 75; Bilangan Irasional 9; Prisma 41; Jari-jari 65; Rasio 24
Persegi Panjang 19; Sektor 65; Bola 69; Luas Permukaan 57; Volume 58

Untuk menghitung luas juring

Luas juring merupakan bagian dari luas lingkaran yang sama, di mana sudut pada pusat lingkaran yakni 360° (sudut dalam 1 putaran penuh)

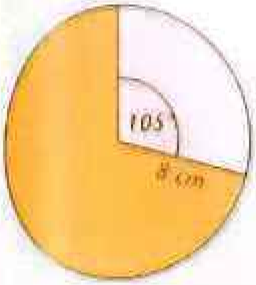


Luas juring = $\frac{x}{360} \times \pi r^2$

di mana *x* adalah sudut pusat.

Contoh:

Luas juring dengan jari-jari 8 cm dan sudut pusat 105° adalah



$\frac{105}{360} \times \pi r^2$

$= \frac{105}{360} \times \pi \times 8^2$

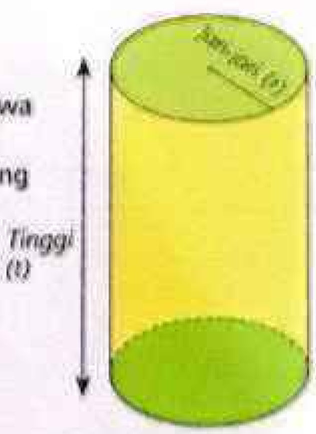
$= \frac{105}{360} \times \pi \times 64$

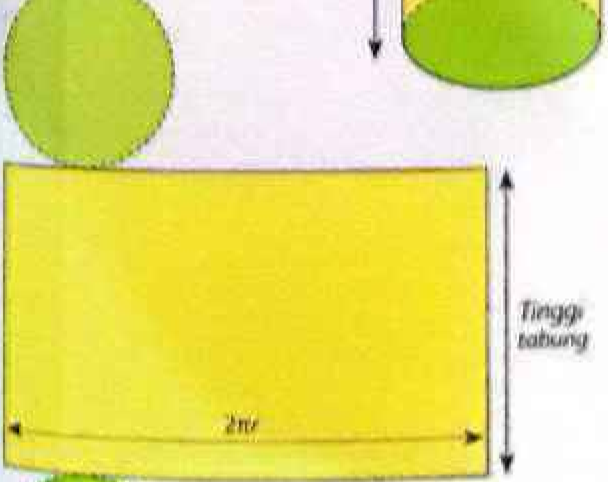
$= 58{,}6 \text{ cm}^2$

(hasil pembulatan)

Tabung

Tabung adalah prisma dengan alas berbentuk lingkaran. Jaring-jaring tabung menunjukkan bahwa luas permukaannya terdiri atas sebuah persegi panjang dan dua buah lingkaran.





Lebar persegi panjang merupakan tinggi tabung dan panjangnya sama dengan keliling lingkaran.

Untuk menghitung luas selimut tabung

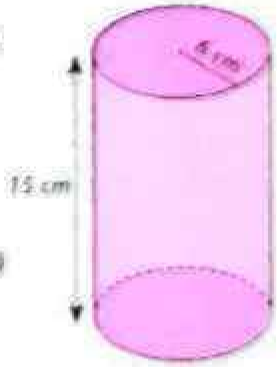
Karena persegi panjang memiliki panjang yang sama dengan keliling lingkaran, maka untuk menghitung luas selimut tabung:

Luas $= 2\pi r \times t$ atau $2\pi rt$

di mana π mendekati 3,142

Contoh:

Tabung dengan jari-jari 6 cm dan tinggi 15 cm memiliki luas selimut tabung



$2 \times \pi \times 6 \times 15$

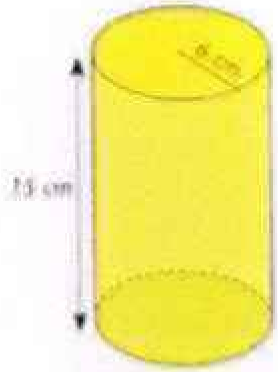
$= 565 \text{ cm}^2$ (hasil pembulatan)

Untuk menghitung luas permukaan tabung

Jumlahkan luas persegi panjang (luas selimut tabung) dan dua luas lingkaran (yang merupakan alas dan tutup tabung). (Gunakan rumus ***Luas*** $= \pi r^2$ untuk menghitung luas lingkaran)

Contoh:

Luas permukaan tabung dengan jari-jari 6 cm dan tinggi 15 cm adalah



Luas selimut tabung

$2 \times \pi \times 6 \times 15$

$= 565{,}486 \text{ cm}^2$

Luas dua lingkaran

$2 \times \pi \times 6^2$

$= 226{,}194 \text{ cm}^2$

Luas permukaan tabung

$565{,}486 + 226{,}194$

$= 791{,}68$

$= 792 \text{ cm}^2$ (hasil pembulatan)

Untuk menghitung volume tabung

Kalikan luas alas tabung dengan tinggi tabung.

Volume $= \pi r^2 \times t$ atau $\pi r^2 t$

Contoh:

Volume tabung dengan jari-jari 6 cm dan tinggi 15 cm adalah

$\pi \times 6^2 \times 15$

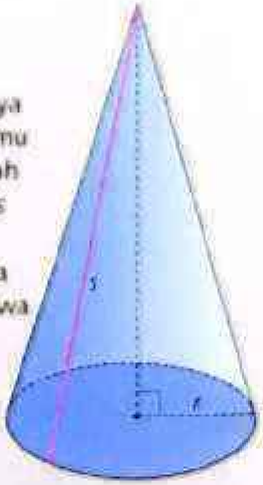
$= \pi \times 36 \times 15$

$= 1.696 \text{ cm}^3$

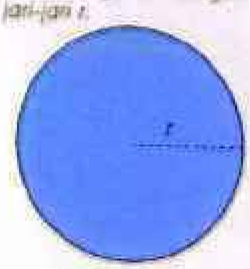
(hasil pembulatan)

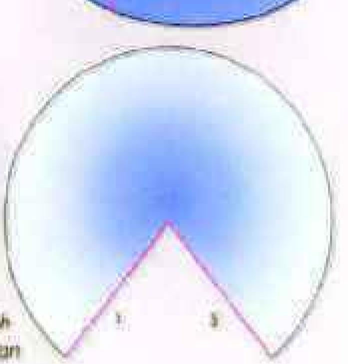
Kerucut

Merupakan limas yang alasnya berbentuk lingkaran. Jika kamu memotong garis warna merah muda (yang merupakan *garis pelukis*) pada kerucut dan kamu buka kerucutnya, maka kamu akan menemukan bahwa luas selimutnya merupakan luas juring lingkaran.



Alas kerucut adalah sebuah lingkaran dengan jari-jari r.





Selimut kerucut adalah juring lingkaran dengan jari-jari s.

Untuk menghitung luas selimut kerucut

Panjang busur adalah $2\pi r$, karena sama dengan keliling lingkaran yang lebih kecil. Sedangkan jari-jari lingkaran yang lebih besar (lingkaran yang memuat juring) sama dengan panjang garis pelukis kerucut (s), sehingga keliling lingkaran yang lebih besar adalah $2\pi s$.

Panjang busur jika dibandingkan dengan keliling lingkaran yang lebih besar adalah $\frac{2\pi r}{2\pi s}$ disederhanakan menjadi $\frac{r}{s}$. Dengan demikian, luas juring jika dibandingkan dengan luas lingkaran adalah $\frac{r}{s}$.

Luas juring dapat dihitung dengan:

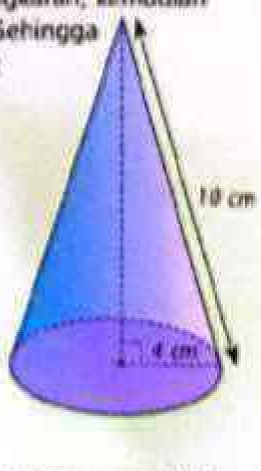
$$\frac{r}{s} \times \pi s^2 = \frac{r \times \pi s^2}{s} = r\pi s \text{ atau } \pi rs$$

Yang merupakan hasil perkalian Pi dengan jari-jari alas kerucut yang berbentuk lingkaran, kemudian dengan panjang garis pelukis. Sehingga untuk menghitung luas selimut kerucut digunakan:

Luas selimut kerucut = πrs

Contoh:
Luas selimut kerucut dengan jari-jari 4 cm dan garis pelukis 10 cm adalah

$\pi \times 4 \times 10$
$= \pi \times 40$
$= 126\ cm^2$ (hasil pembulatan)



Untuk menghitung luas permukaan kerucut

Tambahkan luas alas dengan luas selimut kerucut. Untuk luas lingkaran, gunakan **Luas = πr^2** dan untuk luas selimut gunakan **Luas = πrs**, di mana **r** merupakan jari-jari alas dan **s** adalah panjang garis pelukis kerucut.

Contoh:
Luas permukaan kerucut dengan jari-jari 4 cm dan panjang garis pelukis 10 cm adalah

Luas selimut kerucut
$\pi \times 4 \times 10$
$= 125{,}66\ cm^2$
Luas lingkaran
$\pi \times 16$
$= 50{,}26\ cm^2$
Maka, luas permukaan kerucut
$125{,}66 + 50{,}26$
$= 176\ cm^2$ (hasil pembulatan)

Untuk menghitung volume kerucut

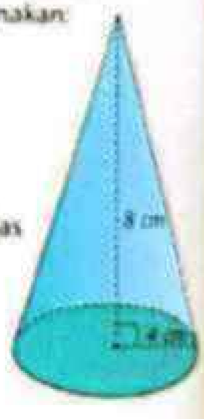
Volume limas adalah sepertiga dari volume prisma dengan alas dan tinggi yang sama. Sehingga volume kerucut adalah sepertiga dari volume tabung dengan alas dan tinggi yang sama. Untuk menghitung volume kerucut digunakan:

$$\textbf{Volume} = \frac{1}{3}\pi r^2 t$$

di mana t adalah tinggi kerucut.

Contoh:
Volume kerucut dengan jari-jari alas 4 cm dan tinggi 8 cm adalah

$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8$
$= \frac{1}{3} \times \pi \times 16 \times 8$
$= 134\ cm^3$ (hasil pembulatan)



Jika jari-jari alas tinggi dan panjang garis pelukis kerucut diketahui, maka kerucut dapat dihitung menggunakan teorema Pythagoras.

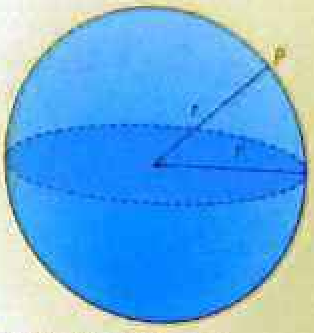
Contoh:
Untuk menghitung tinggi sebuah kerucut dengan jari-jari alas 3 cm dan panjang garis pelukis 7 cm adalah menggunakan:

$a^2 + b^2 = c^2$
$a^2 + 3^2 = 7^2$
$a^2 + 9 = 49$
$a^2 = 40$
$a = 6{,}32455532$

Sehingga volume kerucut adalah
$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6{,}32455532$
$= 59{,}6\ cm^3$ (hasil pembulatan)

Bola

Berbentuk bulat pipih dan setiap titik pada permukaannya berjarak sama dari titik pusatnya.



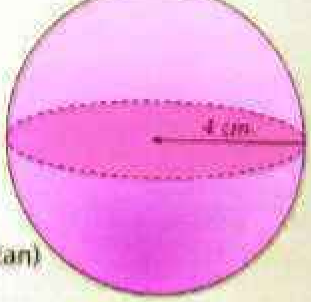
Sembarang titik (P) yang terletak pada permukaan bola berjarak sama dari titik pusatnya (O). Jarak tersebut merupakan jari-jari (r) bola.

Untuk menghitung luas permukaan bola

Kalikan luas lingkaran yang berjari-jari r dengan 4.

$$\text{Luas permukaan} = 4\pi r^2$$

di mana r adalah jari-jari (radius).



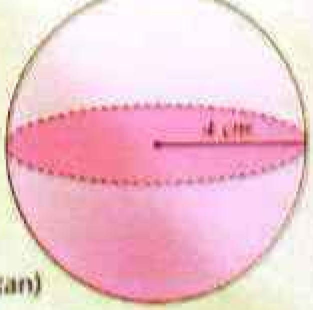
Contoh:
Luas permukaan bola dengan jari-jari 4 cm adalah
$4 \times \pi \times 4^2$
$= 4 \times \pi \times 16$
$= 201\ \text{cm}^2$ (hasil pembulatan)

Untuk menghitung volume bola

Gunakan rumus:

$$\text{Volume} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

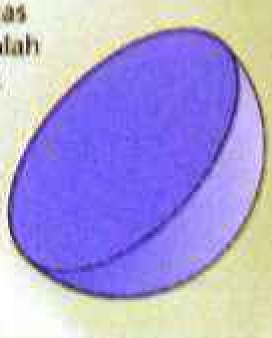
di mana r adalah jari-jari bola.



Contoh:
Volume bola dengan jari-jari 4 cm adalah
$\frac{4}{3} \times \pi \times 4^3$
$= \frac{4}{3} \times \pi \times 64$
$= 268\ \text{cm}^3$ (hasil pembulatan)

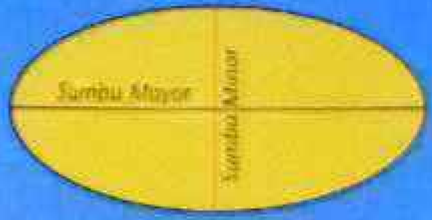
Setengah bola

Merupakan setengah bagian dari **bola**. Volume setengah bola adalah setengah dari volume bola dengan jari-jari yang sama. Luas permukaan setengah bola adalah setengah dari luas permukaan bola dengan jari-jari yang sama, ditambah dengan luas alasnya yang berbentuk lingkaran.



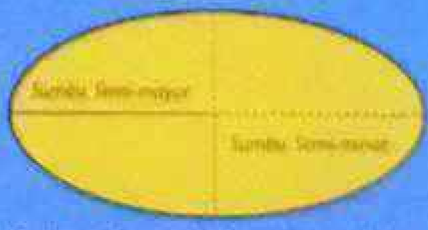
Elips

Merupakan kurva simetris tertutup seperti lingkaran yang direntangkan ke satu arah. Tali busur yang melalui pusat elips dinamakan diameter. Pada sebuah elips terdapat dua buah tali busur yang juga merupakan garis simetrinya. Diameter yang lebih panjang dinamakan ***sumbu mayor*** dan yang lebih pendek dinamakan ***sumbu minor***.



Sebuah elips memiliki dua buah garis simetri, yakni sumbu mayor dan sumbu minor.

Segmen garis dari pusat elips ke sepanjang tepi sumbu mayor dinamakan ***sumbu semi-mayor***. Sedangkan segmen garis dari pusat elips ke sepanjang tepi sumbu minor dinamakan ***sumbu semi-minor***. Kedua sumbu tesebut biasanya digunakan untuk menghitung luas elips.



Sumbu semi-mayor (setengah mayor) dan semi-minor (setengah minor) dari sebuah elips dibutuhkan untuk menghitung luasnya.

Untuk menghitung luas elips, digunakan:

$$Luas = \pi a b$$

di mana a adalah panjang sumbu semi-mayor dan b adalah panjang sumbu semi-minor.

Contoh:
Luas elips dengan panjang sumbu semi-mayor 4,5 cm dan sumbu semi-minor 3 cm adalah
$\pi \times 4{,}5 \times 3$
$= 42{,}4\ \text{cm}^2$ (hasil pembulatan)

SUDUT-SUDUT PADA BIDANG LINGKARAN

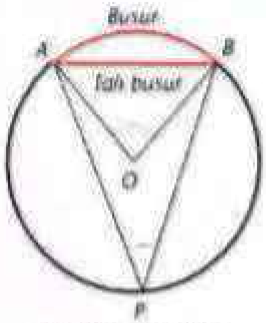
Sebuah lingkaran tidak memiliki sudut, tetapi bagian-bagian dari lingkaran dapat membentuk sudut yang memiliki sifat-sifat tertentu.

Penamaan sudut

Sebuah sudut diberi nama berdasarkan titik pada kaki sudutnya. Contoh, sudut yang ditunjukkan pada gambar segitiga, sudut pada puncak *A* dinamakan ∠*BAC* atau ∠*CAB*, sudut pada puncak *B* dinamakan ∠*ABC* atau ∠*CBA* dan sudut pada puncak *C* dinamakan ∠*ACB* atau ∠*BCA*. Sudut-sudut tersebut dapat pula ditulis $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$, dan $A\hat{C}B$.

Sudut sehadap

Merupakan sudut yang dibentuk oleh dua ruas garis yang ditarik dari dua titik ujung tali busur ataupun busur ke pusat lingkaran, atau ke sembarang titik yang terletak pada keliling lingkaran. Sudut tersebut dikatakan ***bertumpu*** pada pusat atau keliling lingkaran dan ***menghadap*** tali busur atau busur.



∠APB bertumpu pada keliling lingkaran serta menghadap tali busur AB dan busur AB.

Garis sumbu pada tali busur

Merupakan sebuah garis yang tegak lurus tali busur. Garis sumbu sebuah tali busur selalu melalui pusat lingkaran (*O*).

Sembarang jari-jari yang melalui titik tengah busur (*AB*) akan tegak lurus dengan tali busur *AB*. Jika ditarik garis dari titik *O* ke titik *A* dan dari titik *O* ke titik *B*, maka garis sumbu akan membentuk dua buah segitiga siku-siku yang kongruen.

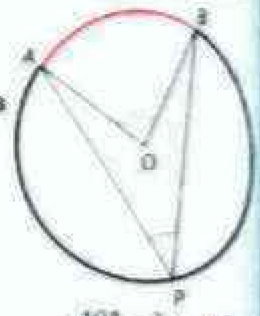
Garis sumbu OC memotong tali busur AB pada titik tengahnya, yaitu M. ∠OMA dan ∠OMB adalah sudut siku-siku.

Sifat-Sifat Sudut

Sifat-sifat yang digambarkan berikut ini dilihat dari sudut sehadap.

Sudut pusat

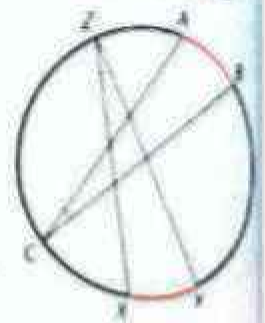
Sudut yang menghadap pada sebuah busur atau tali busur dan bertumpu pada pusat lingkaran, besarnya adalah dua kali sudut yang bertumpu pada keliling lingkaran dan menghadap busur yang sama.



∠AOB = 2 × ∠APB

Sudut keliling

Sudut-sudut yang bertumpu pada keliling lingkaran dan menghadap busur atau tali busur yang sama, setiap sudut keliling besarnya sama.



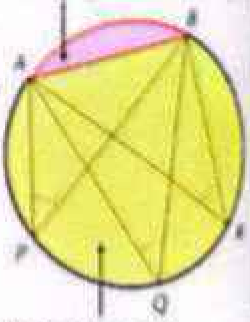
Dimana busur XY = busur AB, dan ∠XZY = ∠ACB

Sudut-sudut yang menghadap busur atau tali busur yang sama

Sudut-sudut yang menghadap busur atau tali busur yang sama adalah sama besar dan terdapat dalam tembereng yang sama.

Gambar ini menunjukkan bagaimana sudut-sudut ∠APB, ∠AQB dan ∠ARB menghadap busur yang sama dan terdapat dalam tembereng mayor pada lingkaran.

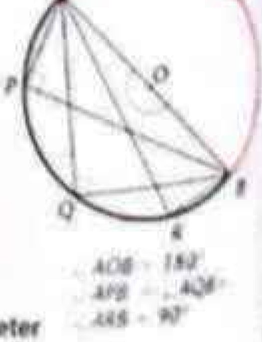
∠APB = ∠AQB = ∠ARB



Sudut-sudut dalam setengah lingkaran

Sembarang sudut yang menghadap pusat lingkaran dan terletak pada busur setengah lingkaran, besarnya 180°.

Kemudian, sembarang sudut yang bertumpu pada keliling lingkaran besarnya 90°, yang merupakan setengah dari sudut pusat (lihat sudut pusat di atas). Ini berlaku pula pada sembarang sudut yang menghadap pada diameter lingkaran, selalu berbentuk sudut siku-siku.



∠AOB = 180°
∠APB = ∠AQB
= ∠ARB = 90°

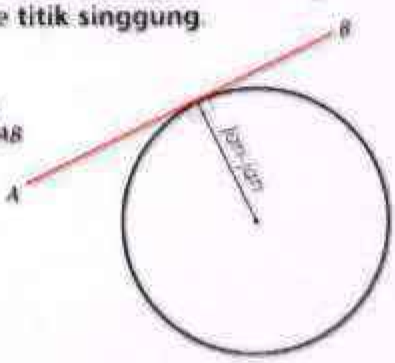
Garis Singgung

Sebuah garis lurus yang menyinggung kurva pada satu **titik singgung**. Garis singgung lingkaran memiliki sifat-sifat tertentu.

AB adalah garis singgung terhadap lingkaran. P adalah titik singgung.

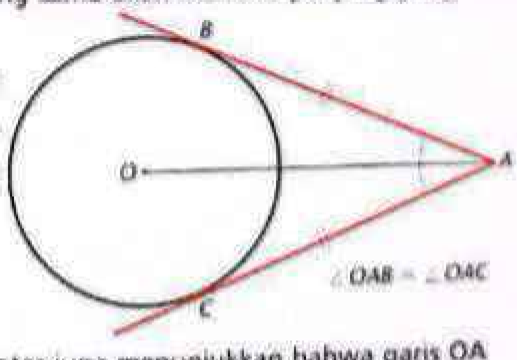
Sifat pertama
Garis singgung lingkaran selalu tegak lurus dengan jari-jari yang ditarik ke **titik singgung**.

Sudut siku-siku terbentuk pada titik di mana garis AB menyinggung jari-jari lingkaran



Sifat kedua
Dua buah **garis singgung** lingkaran yang ditarik dari titik yang sama akan memiliki panjang yang sama pula.

Panjang garis singgung AB sama dengan panjang garis singgung AC

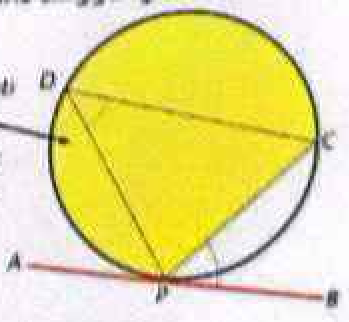


Gambar di atas juga menunjukkan bahwa garis OA membagi dua ∠BAC, sehingga ∠OAB dan ∠OAC sama besar.

Sifat tembereng selang-seling
Sudut yang terbentuk antara garis singgung dan tali busur yang ditarik dari titik singgungnya, sama dengan sembarang sudut yang menghadap tali busur pada tembereng pengganti. Tembereng pengganti merupakan tembereng yang terletak pada sisi tali busur yang berlawanan dengan sudut yang terbentuk antara garis singgung dan tali busur pada titik singgung.

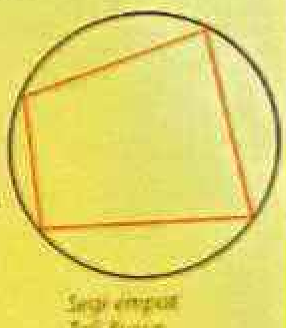
Tembereng pengganti (warna kuning)

∠BPC terbentuk diantara garis singgung AB dan tali busur PC pada titik singgung (P). ∠PDC terletak pada tembereng pengganti, sehingga ∠BPC = ∠PDC.



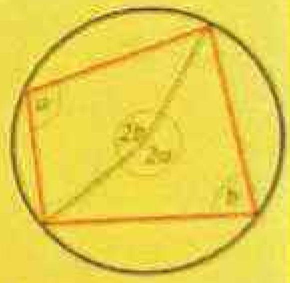
Segi empat tali busur

Sebuah segi empat yang tiap-tiap titik sudutnya terletak pada keliling lingkaran dinamakan segi empat tali busur. Sudut-sudut dalam sebuah segi empat tali busur memiliki beberapa sifat penting.



Segi empat Tali Busur

Sifat pertama segi empat tali busur
Sudut-sudut yang berlawanan pada segi empat tali busur saling berpelurus, artinya bahwa jika tiap-tiap sudut tersebut dijumlahkan maka hasilnya adalah 180°.



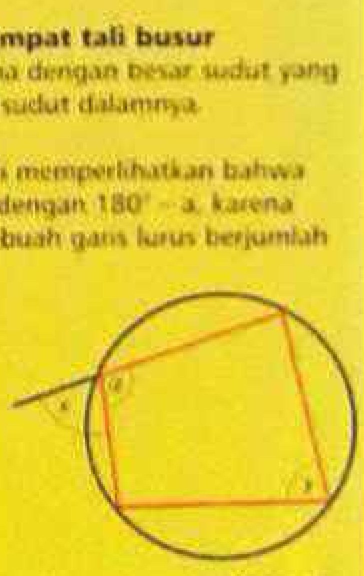
Sebuah sudut yang bertumpu pada pusat lingkaran besarnya selalu dua kali sudut yang bertumpu pada keliling lingkaran dan menghadap busur yang sama (lihat sudut pusat di halaman 70). Sudut-sudut pusat yang tampak pada gambar di atas ini diberi nama ***2a*** dan ***2b***.

Sudut ***2a*** dan ***2b*** berjumlah 360° karena kedua sudut tersebut membentuk satu putaran, sehingga sudut ***a*** dan ***b*** yang merupakan setengah dari sudut ***2a*** dan ***2b*** harus berjumlah 180°.

Sifat kedua segi empat tali busur
Besar sudut luar sama dengan besar sudut yang berlawanan dengan sudut dalamnya.

Gambar di bawah ini memperlihatkan bahwa besar sudut x sama dengan 180° − a, karena sudut-sudut pada sebuah garis lurus berjumlah 180°.

Sedangkan besar sudut y sama dengan 180° − a, karena sudut-sudut yang berlawanan dalam segi empat tali busur adalah saling berpelurus.



$x = 180° - a$
$y = 180° - a$
Jadi, $x = y$

Dengan demikian, sudut x sama dengan sudut y.

PENGUKURAN

Dalam kehidupan sehari-hari, kita perlu mengukur berbagai ukuran, besaran, jumlah sesuatu, serta mampu untuk membagi informasi tersebut secara akurat kepada orang lain. Penggunaan standar satuan pengukuran merupakan suatu cara untuk meyakinkan bahwa setiap orang mengartikan berbagai pengukuran dengan cara yang sama. Dua sistem pengukuran yang telah diterima adalah sistem **Imperial** dan sistem **Metrik**.

Sistem imperial
Merupakan suatu sistem yang berkembang di Inggris dan digunakan dalam berbagai bentuk di negara-negara yang menggunakan bahasa Inggris, termasuk Amerika. Di beberapa negara, sistem imperial sebagian besar atau seluruhnya telah digantikan oleh sistem metrik.

Sistem metrik
Merupakan suatu sistem pengukuran desimal yang digunakan di beberapa negara di dunia. Sistem metrik berbasis puluhan, ratusan, dan ribuan, yang membuat perhitungan menjadi lebih mudah.

Panjang
Merupakan jarak antara dua titik tertentu.

Massa
Merupakan jumlah zat yang dikandung oleh suatu objek. Massa berbeda dengan berat, yakni ukuran gaya tarik gravitasi pada massa suatu objek. Berat dapat berubah, contoh: berat seseorang yang berada di bulan (yang memiliki gaya gravitasi sangat lemah) lebih ringan daripada orang yang berada di bumi, tetapi massanya mereka tetap sama.

Kapasitas
Merupakan volume yang dikandung suatu objek atau benda yang memiliki ruang.

SATUAN-SATUAN IMPERIAL

Satuan Panjang	Singkatan	Sama dengan
Inci	"	
Kaki	'	1 inci
Yard	yd	3 kaki
Mil		1760 yard

Satuan Massa	Singkatan	Sama dengan
Ons	oz	
Pon	lb	16 ons
Ton		20 berat ratusan

Satuan Kapasitas	Singkatan	Sama dengan
Ons cairan		fl. oz
Pint	pt	20 ons cairan
Galon (gallon)	gal	8 pin

SATUAN-SATUAN METRIK

Satuan Panjang	Singkatan	Sama dengan
Milimeter	mm	
Centimeter	cm	10 milimeter
Meter	m	100 centimeter
Kilometer	km	1000 meter

Satuan Massa	Singkatan	Sama dengan
Miligram	mg	
Gram	g	1000 miligram
Kilogram	kg	1000 gram
Ton	t	1000 kilogram

Satuan Kapasitas	Singkatan	Sama dengan
Mililiter	ml	
Centiliter	cl	100 milliliter
Liter	l	1000 milliliter

Satuan Imperial	Persamaan dengan Metrik
1 kaki	≈ 30 sentimeter
5 mil	≈ 8 kilometer
2,2 pon	≈ 1 kilogram
1,75 pint	≈ 1 liter
1 galon	≈ 4,5 liter

(≈ artinya "mendekati sama dengan")

PENGUKURAN BESARAN-BESARAN GERAK

Kelajuan

Merupakan perubahan jarak yang terjadi tiap satuan waktu. Kelajuan paling sering diukur dalam mil per jam (mph), kilometer per jam (km/jam atau km jam^{-1}) atau meter per detik (m/s atau ms^{-1}). Rumus untuk mengukur kelajuan adalah:

$$\textbf{Kelajuan} = \frac{\textit{jarak}}{\textit{waktu}}$$

Contoh: Jika sebuah mobil bergerak dengan kelajuan tetap 180 mil selama 3 jam, maka kelajuannya adalah 60 mil per jam $\left(\frac{180}{3}\right)$.

Jika sebuah mobil menempuh jarak 70 mil pada jam yang pertama kemudian 55 mil di setiap jam pada dua jam berikutnya, maka mobil tersebut akan menempuh 180 mil pada interval waktu yang sama, seakan-akan mobil tersebut melaju dengan kelajuan tetap yaitu 60 mil per-jam. Kelajuan tetap yang memungkinkan untuk menempuh jarak yang sama dalam waktu tempuh yang sama pula adalah ***kelajuan rata-rata***.

Rumus untuk mengukur kelajuan rata-rata adalah:

$$\textbf{Kelajuan rata-rata} = \frac{\textit{jarak total}}{\textit{waktu total}}$$

Rumus kelajuan dapat disusun kembali untuk membentuk rumus, mengukur jarak dan waktu.

$$\textbf{Jarak} = \textbf{kelajuan} \times \textbf{waktu}$$

$$\textbf{Waktu} = \frac{\textit{jarak}}{\textit{kelajuan}}$$

Kamu dapat menggunakan penampang di bawah ini untuk membantu mengingat rumus-rumus tersebut. Di penampang ini, ***D*** adalah simbol jarak (*distance* dalam bahasa Inggris), ***S*** untuk kelajuan (*speed* dalam bahasa Inggris) dan ***T*** untuk waktu (*time* dalam bahasa Inggris).

Untuk mencari rumus jarak, tutuplah D dan yang terlihat adalah S × T.

Kemudian tutuplah S untuk menemukan rumus kecepatan, yakni $\frac{D}{T}$.

Dan untuk menemukan rumus waktu, tutuplah T dan kamu akan melihat $\frac{D}{S}$.

Pengukuran Campuran

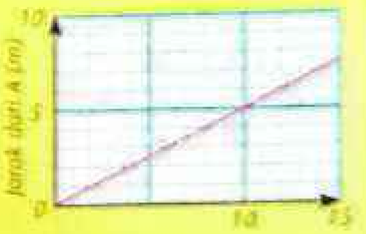
Suatu pengukuran yang melibatkan lebih dari satu macam satuan. Contoh, ***kelajuan*** adalah ukuran campuran yang melibatkan jarak dan waktu. Ukuran campuran yang lainnya adalah ***massa jenis***, yang melibatkan massa dan volume. (untuk lebih lengkapnya tentang massa jenis, lihat halaman 59).

Grafik jarak – waktu

Sebuah grafik yang memperlihatkan kelajuan, ditunjukkan dengan dua sumbu berlawanan arah yang mewakili jarak dan waktu.

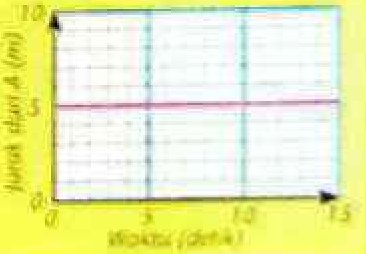
Garis diagonal pada grafik jarak-waktu mewakili sebuah objek (benda) yang bergerak dengan kecepatan konstan.

Grafik ini memperlihatkan sebuah objek yang bergerak dengan kecepatan konstan, yakni 0,5 m/detik (berasal dari total jarak dibagi total waktu).



Garis horizontal pada grafik jarak-waktu menunjukkan bahwa objek berhenti (tidak bergerak).

Grafik ini memperlihatkan sebuah objek yang tidak memiliki kelajuan, sehingga objek tersebut tidak bergerak.



Kecepatan

Merupakan suatu ukuran jarak yang bergerak selama satu periode waktu. Kecepatan merupakan besaran vektor. Sama seperti ***kelajuan*** yang telah dibahas sebelumnya, kecepatan pun diukur dalam mil per-jam (mph), kilometer per-jam (km/jam, km jam^{-1}) atau meter per-detik (m/s atau ms^{-1}). Namun, berbeda dengan kelajuan, kecepatan mempunyai arah. Contoh, ***kecepatan*** pesawat terbang diperkirakan 11 kilometer per-jam pada 050°.

Percepatan

Merupakan angka yang menunjukkan perubahan ***kecepatan*** tiap satuan waktu. Percepatan merupakan besaran vektor dan biasanya diukur dalam meter per detik kuadrat, yang disingkat menjadi m/s^2 atau ms^{-2}. Untuk menghitung percepatan, digunakan:

$$\textbf{Percepatan} = \frac{\textit{perubahan kecepatan}}{\textit{waktu}}$$

Contoh, jika sebuah kereta api berubah kecepatan dari 6 m/s ke 12 m/s dalam 3 s (3 detik), maka percepatannya adalah:

$$\frac{12-6}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ m/s}^2$$

Berdasarkan petunjuk yang diberikan, maka percepatan kereta api tersebut adalah 2 m/s^2.

Perlambatan

Merupakan negasi dari percepatan, di mana objek bergerak lebih lambat.

WAKTU

Jam digital dan arloji seringkali menggunakan sistem 24 jam. Gambar ini memperlihatkan bahwa jam 4.20 pm akan tampak seperti yang diperlihatkan pada jam digital.

Satu hari adalah waktu satu kali putaran bumi. Periode ini dibagi dalam 24 jam, yang dapat dibagi lagi ke dalam beberapa satuan kecil, yaitu ***menit*** dan ***detik***. Kedua satuan tersebut telah digunakan dalam berbagai hal yang berhubungan dengan waktu.

Menit
1 jam adalah 60 menit.

Detik
1 **menit** adalah 60 detik. Detik adalah satuan terkecil dalam ukuran jam, yang mendekati 1 detak jantung.

Milidetik (**ms** atau **msec**)
1.000 milidetik adalah 1 detik. Milidetik digunakan untuk mengukur pergerakan yang cepat sekali, seperti kecepatan komputer untuk memproses informasi.

Sistem 12 jam
Merupakan sistem waktu dimana jam dalam 1 hari dibagi kedalam dua kelompok, tiap kelompok adalah 12 jam.

Jam pada kelompok pertama adalah antara tengah malam (jam 12 malam) dan siang hari (jam 12 siang), yang dilambangkan dengan "am", merupakan kepanjangan dari bahasa Latin "*ante meridiem*" yang artinya "menjelang siang". Sedangkan jam pada kelompok kedua adalah antara siang hari dan tengah malam, yang dilambangkan dengan "pm", merupakan kepanjangan dari bahasa Latin "*post meridiem*" yang artinya "melewati siang".

Menit biasanya ditulis setelah titik. Contoh, jam 6 lewat 15 menit di pagi hari ditulis 6.15 am.

Jam 10.20 am, adalah waktu di siang hari.

Jam 10.20 pm, adalah waktu di malam hari.

Sistem 24 jam
Merupakan sistem waktu dimana dalam 24 jam sehari tidak dilambangkan dengan "am" atau "pm", melainkan diberi nomor dari 0 sampai 23. Angka 0 sampai 9 ditulis dengan awalan 0, contoh: 01, 02,.. dan seterusnya. Penulisan waktu menggunakan sistem 24 jam ditulis dalam 4 digit, kemudian antara menit dan jam dipisahkan oleh tanda titik.

Contoh, jam 2 lebih 20 menit di siang hari ditulis 14.20. Tabel berikut memperlihatkan bagaimana jam dalam 1 hari ditulis dalam sistem 12 jam dan sistem 24 jam.

Sistem 12 jam	Sistem 24 jam
12.00 tengah malam	jam 00.00
1.00 am	jam 01.00
2.00 am	jam 02.00
3.00 am	jam 03.00
4.00 am	jam 04.00
5.00 am	jam 05.00
6.00 am	jam 06.00
7.00 am	jam 07.00
8.00 am	jam 08.00
9.00 am	jam 09.00
10.00 am	jam 10.00
11.00 am	jam 11.00
12.00 siang	jam 12.00
1.00 pm	jam 13.00
2.00 pm	jam 14.00
3.00 pm	jam 15.00
4.00 pm	jam 16.00
5.00 pm	jam 17.00
6.00 pm	jam 18.00
7.00 pm	jam 19.00
8.00 pm	jam 20.00
9.00 pm	jam 21.00
10.00 pm	jam 22.00
11.00 pm	jam 23.00

Luas Segitiga 56; Desimal 19; Indeks 21; Garis Tinggi 56; Kelajuan 71

ALJABAR

Aljabar merupakan cabang dari matematika yang menggunakan berbagai huruf dan simbol untuk menyatakan hubungan antara huruf dan simbol tersebut. Huruf-huruf awal alfabet digunakan untuk menyatakan nilai-nilai yang telah diketahui, dan huruf-huruf akhir alfabet digunakan untuk menyatakan nilai-nilai yang belum diketahui.

Dalam aljabar, untuk kasus yang lebih mudah, huruf dan bilangan digunakan untuk menyatakan hubungan antara beberapa besaran yang belum diketahui.

Bentuk aljabar

Pernyataan matematika ditulis dalam bentuk aljabar. Suatu pernyataan dapat memuat kombinasi huruf ataupun bilangan, dan seringkali melibatkan operasi aritmetika penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Contoh: $7x - 4$, $14 + (y - 2)$, $12z$.

Beberapa bentuk aljabar yang memuat dua suku atau lebih, disebut suku banyak (**polinomial**), atau ***multinomial***. Bentuk aljabar yang memuat dua suku dinamakan pernyataan ***binomial***, contoh: $2x + y$. Sedangkan pernyataan aljabar yang memuat tiga suku adalah pernyataan ***trinomial***, contoh: $3x + y - xy$.

Identitas aljabar

Merupakan pernyataan matematika yang berisi dua bentuk aljabar yang sama dan variabel (peubah) yang mewakili sembarang nilai. Sedangkan identitas seringkali dinyatakan dengan simbol $\equiv$.

Contoh: $x + x \equiv 2x$.

Rumus (Formula)

Merupakan aturan umum yang biasanya dinyatakan secara aljabar. Contoh, luas segitiga dapat dinyatakan dengan rumus:

$$Luas = \tfrac{1}{2}at$$

di mana a mewakili alas dan t adalah tinggi segitiga.

Variabel (peubah)

Merupakan bilangan atau nilai yang belum diketahui dan dinyatakan dengan sebuah huruf. Variabel paling umum dinyatakan dengan huruf x, meskipun huruf-huruf lain dapat digunakan sebagai pengingat dari kata-kata yang diganti. Contoh: p = *panjang*, l = *lebar*, dan sebagainya. Terkadang sebuah variabel memiliki *rentang nilai*, contoh: jika y sama dengan $2x$, ketika y adalah 1 maka x adalah $\frac{1}{2}$, dan ketika y adalah 2 maka x adalah 1, dan seterusnya.

Variabel terikat

Merupakan variabel yang nilainya dihitung dari nilai lain. Contoh: luas sebuah segitiga tergantung pada nilai alas dan tingginya, sehingga luas merupakan variabel terikat. Sedangkan nilai alas dan tinggi tidak tergantung pada apapun, sehingga nilai alas dan tinggi segitiga dikatakan ***variabel bebas***.

Konstanta

Merupakan bilangan yang selalu bernilai sama (tetap). Contoh: dalam pernyataan $y = 2x + 4$, 4 adalah konstanta.

Koefisien

Merupakan suatu konstanta yang diletakkan sebelum variabel dalam bentuk aljabar. Contoh: dalam bentuk aljabar $3x + 4y$, koefisien variabel x adalah 3 dan koefisien variabel y adalah 4.

Koefisien-koefisien dan konstanta yang belum diketahui biasanya dilambangkan dengan huruf awal alfabet, seperti a, b, c. Contoh, $ax + b = y$.

Suku

Merupakan bagian dari bentuk aljabar yang dipisahkan oleh tanda + atau − . Suku aljabar dapat berupa sebuah ***variabel***, ***koefisien***, ***konstanta*** atau kombinasi dari ketiganya. Contoh, suku-suku dalam bentuk aljabar $2 + 3y + 5x - 1$ adalah 2 (konstanta), $3y$ (koefisien dan variabel), $5x$ (koefisien dan variabel) dan 1 (konstanta).

Suku-suku yang memuat huruf atau kombinasi huruf yang sama dan derajat yang sama disebut suku sejenis. Sedangkan suku yang memuat huruf-huruf berbeda atau kombinasi dari beberapa huruf atau derajat yang berbeda disebut suku tak sejenis. Contoh, xy, yx, dan $2xy$ adalah suku sejenis, tetapi $3y$ dan y^3 adalah suku tak sejenis.

ALJABAR DASAR

Beberapa aturan umum bilangan diterapkan pula pada aljabar. Halaman 76 hingga 78 memuat beberapa aturan bilangan yang perlu diingat. Halaman tersebut juga memuat informasi yang bermanfaat mengenai berbagai cara yang berbeda untuk membuat bentuk aljabar menjadi lebih teratur.

$4x + 4y$

$4(x + y)$

Bentuk aljabar seringkali ditulis kembali dengan cara yang berbeda tetapi tetap bermakna sama.

Aturan Bilangan dan Aljabar

Tanda kurung

Tanda kurung digunakan untuk mengelompokkan suku-suku aljabar. Suku yang berada tepat di depan tanda kurung dapat dikalikan dengan tiap-tiap suku yang berada di dalam tanda kurung. Contoh: $6x - 6y$ dapat pula ditulis $6(x - y)$.

Pangkat

Pangkat diletakkan setelah huruf, yang menunjukkan berapa kali huruf (variabel) tersebut dikalikan dengan dirinya sendiri. Pangkat menyatakan berapa kali huruf (variabel) tersebut muncul dalam perkalian, contoh: x^2 sama artinya dengan $x \times x$. Pangkat negatif menunjukkan kebalikan dari pangkat positif, contoh: $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$.

Suku-suku sejenis yang berpangkat dapat dikalikan dengan cara menjumlahkan pangkatnya, atau dapat pula dibagi dengan cara mengurangkan pangkat pertama dengan pangkat kedua.

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad \text{dan} \quad a^n \div a^m = a^{n-m}$$

Sedangkan pangkat dari suku-suku yang tak sejenis yang sama tidak dapat dijumlahkan ataupun dikurangkan. Beberapa aturan perpangkatan yang lain dapat pula digunakan. Semua itu terangkum di bawah ini, tetapi secara rinci dijelaskan pada halaman 22.

$$a^1 = a$$

$$1^n = 1$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Perkalian

Penulisan perkalian bentuk aljabar tanpa tanda perkalian. Contoh: $a \times b \times c$ menjadi abc.

Berlaku aturan komutatif dalam perkalian, $abc = acb = bca = bac = cab = cba$.

Contoh: $5 \times 3 \times x = 3 \times 5 \times x = ... = 15x$

Aturan operasi bilangan

Menjumlahkan suku negatif sama dengan mengurangkan suku positif.

Contoh: $2x + (-x) = 2x - x = x$

Mengurangkan suku negatif sama dengan menjumlahkan suku positif.

Contoh: $2x - (-x) = 2x + x = 3x$

Mengalikan ataupun membagi dua suku dengan tanda yang sama (+ atau −), hasilnya akan positif.

Contoh: $4 \times 3y = 12y$

$-4 \times -3y = 12y$

dan $16y \div 4y = 4$

$-16y \div -4y = 4$

Sedangkan mengalikan ataupun membagi dua suku dengan tanda yang berlawanan, hasilnya akan negatif.

Contoh: $4 \times -3y = -12y$

dan $-16y \div 4y = -4$

BIDMAS atau BODMAS (Lihat halaman 16)

Dalam pernyataan yang melibatkan operasi aritmetika campuran, sebaiknya melakukan beberapa urutan berikut:

Brackets (tanda kurung)
Indices (pangkat)
Division (pembagian)
Multiplication (perkalian)
Addition (penjumlahan)
Substraction (pengurangan)

Luas 55; Luas Segitiga 56; Pecahan 17; Sifat Komutatif Perkalian 15; Pernyataan Aljabar 75; Formula 75; Indeks 21; Suku Sejenis 75; Pecahan Sejenis 17; Garis Tinggi 56; Pangkat 21; Berkebalikan 18; Suku 71; Suku Tak Sejenis 75; Peubah 75.

Pecahan aljabar

Pecahan senilai dapat diperoleh dengan cara mengalikan atau membagi pembilang (nilai di bagian atas) dan penyebut (nilai di bagian bawah) dengan bilangan atau huruf (variabel) yang sama.

Contoh: $\frac{3x}{9} = \frac{6x}{18} = \frac{x}{3} = \frac{xy}{3y} = \frac{x^2}{3x}$

Pecahan aljabar dapat dijumlahkan atau dikurangi dengan menyamakan penyebutnya dahulu.

Contoh: $\frac{3}{2x} + \frac{2}{x} = \frac{3}{2x} + \frac{2 \times 2}{2 \times x} = \frac{7}{2x}$

Bentuk perkalian yang melibatkan pecahan aljabar dapat diselesaikan dengan cara mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut, kemudian menyederhanakannya.

Contoh: $\frac{3a}{4} \times \frac{a}{3} = \frac{3a \times a}{4 \times 3} = \frac{3a^2}{12} = \frac{a^2}{4}$

Bentuk pembagian yang melibatkan pecahan aljabar dapat diselesaikan dengan cara membalikkan pecahan kedua, kemudian mengalikannya dengan cara perkalian pecahan.

Contoh: $\frac{3x}{4} \div \frac{x}{2} = \frac{3x}{4} \times \frac{2}{x}$

$$= \frac{3x \times 2}{4 \times x} = \frac{3x \times 2}{4 \times x} = \frac{6x}{4x} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Substitusi

Penggantian huruf-huruf pada bentuk aljabar dengan nilai-nilai yang telah diketahui dinamakan ***substitusi***. Kamu dapat menggunakan substitusi, seperti ketika menghitung bangun datar atau bangun ruang, luas, dan volume bangun datar sesuai rumus yang digunakan.

Contoh: Rumus untuk menghitung luas segitiga adalah

$$Luas = \frac{1}{2}at$$

di mana a adalah alas segitiga dan t adalah tingginya. Untuk menghitung luas segitiga dengan alas 8 cm dan tinggi 7 cm, substitusikan nilai-nilai tersebut pada bentuk aljabar dalam rumus:

$$Luas = \frac{1}{2} \times a \times t$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 = \frac{1}{2} \times 56 = 28 \text{ cm}^2$$

Penyederhanaan

Menggabungkan beberapa suku dalam bentuk aljabar dinamakan ***penyederhanaan***.

Pernyataan yang melibatkan penjumlahan dan pengurangan dapat disederhanakan dengan cara menjumlahkan atau mengurangkan suku-suku yang sejenis. Contoh: untuk menyederhanakan
$3x + 6y + 2y - x$

gabungkan semua suku yang sejenis menjadi:

$$(3x - x) + 6y + 2y$$
$$= 2x + 4y$$

Bentuk perkalian aljabar dapat disederhanakan dengan cara mengalikan suku-sukunya. Contoh: untuk menyederhanakan $5a \times 3b$, tulislah dengan lengkap:

$$= 5 \times a \times 3 \times b$$

Kemudian gabungkanlah bilangannya (5×3):

$$= 15 \times a \times b$$

lalu, gabungkan huruf-hurufnya ($a \times b$):

$$= 15ab$$

Bentuk pembagian aljabar dapat disederhanakan dengan cara mencoret suku-sukunya. Contoh, untuk menyederhanakan $8pq^3 \div 4q$, tulislah bentuk tersebut dalam bentuk pecahan, kemudian coretlah:

$$\frac{{}^{2}\cancel{8} \times p \times {}^{1}\cancel{q} \times q \times q}{\cancel{4}_{1} \times \cancel{q}_{1}}$$

$$= 2pq^2$$

Ketika menyederhanakan bentuk pecahan aljabar yang pembilang dan/atau penyebutnya memiliki lebih dari 1 suku, maka sebaiknya ditempatkan di dalam tanda kurung. Contoh: untuk menyederhanakan

$\frac{a}{3} + \frac{a - 1}{2}$

Tempatkan pembilang di dalam kurung $= \frac{a}{3} + \frac{(a - 1)}{2}$

Samakan penyebutnya $= \frac{2a}{6} + \frac{3(a - 1)}{6}$

Kalikan bilangan yang di dalam kurung $= \frac{2a}{6} + \frac{3a - 3}{6}$

Gabungkan dalam penyebut yang sama $= \frac{2a + 3a - 3}{6}$

Gabungkan suku-suku sejenis $= \frac{5a - 3}{6}$

Penjabaran (distribusi)

Suatu pernyataan yang memuat tanda kurung dapat ***dijabarkan*** untuk menghilangkan tanda kurung. Untuk menjabarkan suatu bentuk aljabar, kalikanlah suku di luar tanda kurung dengan setiap suku yang berada di dalam tanda kurung.

Contoh: $2(x - 5y) + 5(x + 3y)$
$= 2x - 10y + 5x + 15y$

Pernyataan tersebut dapat disederhanakan dengan cara menggabungkan suku-suku sejenis, seperti:
$2x - 10y + 5x + 15y = 7x + 5y$

Untuk menjabarkan suatu bentuk aljabar yang memuat dua tanda kurung, kalikanlah tiap-tiap suku dalam tanda kurung yang pertama dengan tiap-tiap suku dalam tanda kurung yang kedua, seperti:
Contoh:

$$(2x + y)(5x - 2y)$$
$$= (2x \times 5x) + (2x \times -2y) + (y \times 5x) + (y \times -2y)$$
$$= 10x^2 - 4xy + 5xy - 2y^2$$

Pernyataan tersebut dapat disederhanakan menjadi:

$$10x^2 + xy - 2y^2$$

Metode yang sama dapat digunakan pula untuk mengkuadratkan suku dalam tanda kurung, seperti:
Contoh: $(x + a)^2 = (x + a)(x + a)$
$= x^2 + xa + ax + a^2$
$= x^2 + 2ax + a^2$
(Ingat, xa dan ax adalah suku yang sama)
dan $(x - a)^2 = (x - a)(x - a)$
$= x^2 - xa - ax + a^2$
$= x^2 - 2ax + a^2$

Cara seperti ini dapat digunakan untuk mengenali bentuk kuadrat dan penjabarannya:

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$
$$(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

Pemfaktoran

Ketika suatu pernyataan ***difaktorkan***, pernyataan tersebut ditulis kembali sebagai hasil kali dari faktor-faktornya. Contoh, untuk memfaktorkan $5x - 15$, carilah faktor persekutuan terbesar (FPB), yaitu 5, dan tulislah di luar tanda kurung, seperti:

$$5(\quad)$$

Kemudian bagilah tiap-tiap suku dengan FPB ($5x \div 5 = x$ dan $-15 \div 5 = -3$) lalu tulislah hasilnya dalam tanda kurung, seperti:

$$5x - 15 = 5(x - 3)$$

Periksa kembali jawabanmu dengan melakukan ***penjabaran*** pada suku-suku dalam tanda kurung $5(x - 3) = 5x - 15$, jadi jawabannya benar.

Untuk memfaktorkan bentuk kuadrat

Bentuk kuadrat (memuat bilangan kuadrat) difaktorkan menjadi dua tanda kurung. Contoh, untuk memfaktorkan:

$$p^2 + 4p - 12$$

Carilah sepasang bilangan dengan hasil kali -12 serta berjumlah 4. Di dapat

$$(p - 2)(p + 6)$$

Jawaban ini benar karena
$-2 \times 6 = -12$ dan $-2 + 6 = 4$, kemudian jabarkan
$(p \times p) + (p \times 6) + (-2 \times p) + (-2 \times 6)$
$= p^2 + 6p - 2p - 12 = p^2 + 4p - 12$

Selisih kuadrat

Bentuk binomial melibatkan pengurangan salah satu kuadrat sempurna dari kuadrat sempurna yang lain (untuk membedakannya). Sebagai contoh, pernyataan $x^2 - y^2$ menunjukkan selisih dua bentuk kuadrat dan dapat difaktorkan menjadi $(x + y)(x - y)$.

Contoh lain, untuk memfaktorkan $x^2 - 36$ tulislah dua tanda kurung di mana faktor yang pertama pada tiap-tiap kurung adalah x (akar kuadrat dari x^2).

$$(x \quad)(x \quad)$$

Kemudian faktor yang kedua dalam tanda kurung adalah akar positif dan negatif dari 36.

$$(x + 6)(x - 6)$$

Lalu periksa kembali jawaban dengan cara menjabarkan suku-suku dalam tanda kurung.

$$(x + 6)(x - 6)$$
$$= (x \times x) + (x \times -6) + (6 \times x) + (6 \times -6)$$
$$= x^2 - 6x + 6x - 36$$
$$= x^2 - 36$$

Kuadrat Sempurna
Sebuah bilangan yang merupakan hasil dari bilangan lain (akar kuadrat) yang dikalikan terhadap dirinya sendiri. ***Kuadrat sempurna alami*** (contoh: $4 \times 4 = 16$) hasilnya selalu bilangan bulat. Sedangkan ***kuadrat sempurna rasional*** (contoh $2{,}5 \times 2{,}5 = 6{,}25$) hasilnya tidak selalu bilangan bulat.

Binomial 75, Faktor Sama 11, Pernyataan Aljabar 75, Faktor 11, Suku Sejenis 75, Bilangan Asli 6, Hasil Kali 14, Bentuk Kuadrat 83, Bilangan Rasional 9, Akar Kuadrat 11, Bilangan Kuadrat 8, Substitusi 77, Penjumlahan 14, Variabel 75

PERSAMAAN

$$x - 3 = y + 1$$

Pernyataan-pernyataan dalam suatu persamaan dipisahkan oleh tanda sama dengan (=).

Persamaan aljabar adalah suatu pernyataan matematika yang menyatakan bahwa dua bentuk aljabar adalah sama. Suatu persamaan diselesaikan dengan cara mencari nilai dari variabel (peubah) yang belum diketahui. Sembarang nilai dari variabel yang memenuhi persamaan (dan benar) disebut penyelesaian.

Penyusunan kembali suatu persamaan

Jika diperlukan, pernyataan-pernyataan dalam suatu persamaan dapat disusun kembali sehingga salah satu sukunya terletak di sebelah kiri tanda sama dengan. Penyusunan tersebut bertujuan membuat suku tersebut menjadi subjek persamaan.

Sebagai contoh, untuk membuat x menjadi subjek dari persamaan:

$$4y = 2x - 6$$

Untuk menyisakan suku x, tambahkan 6 pada kedua ruas persamaan.

$$4y + 6 = 2x - 6 + 6$$

$$4y + 6 = 2x$$

Selanjutnya, bagilah kedua ruas dengan 2 untuk menentukan nilai x.

$$\frac{4y + 6}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$2y + 3 = x$$

Tukar ruas persamaan sehingga x menjadi subjek.

$$x = 2y + 3$$

Jika variabel yang ingin kamu jadikan subjek muncul lebih dari satu kali dalam persamaan, maka kamu dapat mengumpulkan semua suku yang memuat beberapa huruf pada salah satu ruas persamaan, kemudian pilih salah satu huruf sebagai faktor persekutuan. Contoh, untuk membuat p menjadi subjek dari persamaan:

$$\frac{p + q}{r} = \frac{p + r}{q}$$

Kalikan kedua ruas dengan r: $p + q = \frac{pr + r^2}{q}$

Kalikan kedua ruas dengan q: $pq + q^2 = pr + r^2$

Kurangkan kedua ruas dengan q^2: $pq = pr + r^2 - q^2$

Kurangkan kedua ruas dengan pr: $pq - pr = r^2 - q^2$

Faktorkan $pq - pr$: $p(q - r) = r^2 - q^2$

Bagilah kedua ruas dengan $q - r$: $p = \frac{r^2 - q^2}{q - r}$

Faktorkan $r^2 - q^2$: (selisih kuadrat) $p = \frac{(r - q)(r + q)}{q - r}$

Coretlah faktor-faktor yang sama: $p = \frac{\cancel{(r - q)}(r + q)}{\cancel{q - r}}$ (catatan, $q - r = -(r - q)$)

Maka bentuk sederhana dari persamaan tersebut adalah: $p = -(r + q)$

Tanda sama dengan (=)
Simbol ini memperlihatkan dua pernyataan atau nilai yang sama. Untuk mempertahankan kesamaannya, operasi yang dilakukan pada salah satu ruas harus pula dilakukan pada ruas yang lain.

Menyelesaikan suatu persamaan

Jika suatu persamaan hanya memuat satu variabel, maka persamaan tersebut dapat ditulis kembali sehingga variabelnya merupakan ***subjek***, dan nilai dari variabel tersebut dapat ditemukan. Inilah yang dinamakan ***menyelesaikan*** persamaan.

Contoh, untuk menyelesaikan persamaan:

$$5x - 3 = 3x + 4$$

Tambahkan 3 pada kedua ruasnya: $5x = 3x + 7$

Kurangkan $3x$ dari kedua ruasnya: $2x = 7$

Bagilah kedua ruasnya dengan 2: $x = 3{,}5$

Dengan demikian, penyelesaian dari persamaan tersebut adalah $x = 3{,}5$.

Kamu dapat memeriksanya kembali dengan cara substitusi.

Percobaan dan pembuktian

Adalah sebuah metode pemecahan masalah, seperti persamaan, dengan mencoba beberapa jawaban yang berbeda untuk menemukan satu jawaban yang benar, dan kamu harus memilih bilangan secara sistematis. Walau demikian, penyelesaiannya mungkin saja berupa bilangan negatif, pecahan, ataupun desimal, sehingga metode ini membutuhkan waktu lebih lama jika dibandingkan dengan metode lainnya.

Contoh, untuk menyelesaikan persamaan $6x + 2 = 20$, ambil sembarang bilangan, misal 4

$(6 \times 4) + 2 = 26$ dalam hal ini 4 terlalu besar.

Cobalah dengan bilangan yang lebih kecil, misal: 2

$(6 \times 2) + 2 = 14$ dalam hal ini 2 terlalu kecil.

Cobalah dengan bilangan yang lebih besar, misal: 3

$(6 \times 3) + 2 = 20$ sehingga penyelesaiannya adalah 3.

GRAFIK ALJABAR

Grafik aljabar merupakan gambar yang memperlihatkan hubungan antara dua variabel atau lebih dalam suatu persamaan aljabar. Koordinat setiap titik dari garis ataupun kurva yang dihasilkan memenuhi persamaan tersebut, yaitu yang membuat persamaan menjadi benar.

Menggambar Grafik

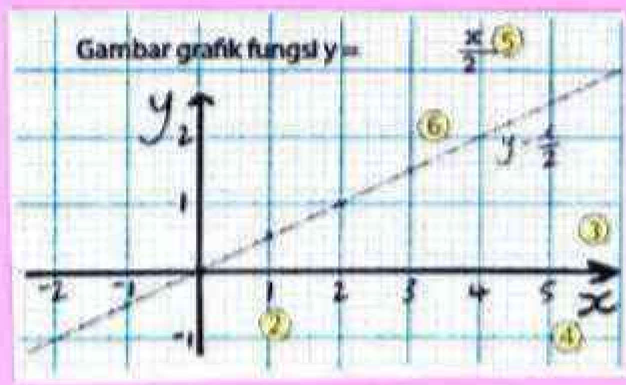
Grafik aljabar dibuat menggunakan sistem koordinat Cartesius. Cara membuatnya adalah:

① Buat tabel nilai x dan y untuk memberimu beberapa koordinat. Contoh, berikut ini adalah tabel dari nilai-nilai pada persamaan $y = \frac{x}{2}$

x	-1	0	1	2	3
$y = \frac{x}{2}$	-0.5	0	0.5	1	1.5

*Pastikan bahwa kamu memiliki cukup titik yang dapat digunakan, contoh: paling sedikit tiga titik untuk membuat grafik berupa **garis lurus** dan beberapa titik lagi untuk sebuah kurva. Bila perlu, ambillah beberapa titik tambahan.*

② Pilih skala yang tepat pada tiap-tiap sumbu dan berilah tanda pada jarak-jarak (interval) yang telah ditentukan. Contoh, kamu dapat memilih satu petak mewakili satu satuan, atau satu petak mewakili sepuluh satuan. Bila perlu, gunakan skala yang berbeda untuk tiap-tiap sumbu.



③ Gambarlah tanda panah pada bagian akhir sumbu (untuk menyatakan bahwa garis tidak pernah terputus).
④ Berilah nama pada setiap sumbu (x atau y), atau dapat pula diberi nama sesuai dengan yang mewakilinya dan tulislah satuannya, contoh: Waktu (menit).
⑤ Berilah nama pada grafik yang kamu gambar.
⑥ Tandailah koordinat dengan tanda silang atau titik. Gunakan pensil yang tajam dan penggaris untuk menghubungkan titik-titik pada grafik garis lurus. Gambarlah kurva tanpa alat bantu dengan memutar bidang gambar dengan menempatkan tangan di bagian dalam kurva. Perpanjanglah masing-masing garis atau kurva untuk memenuhi grafik dan berilah nama pada garis atau kurva sesuai dengan fungsinya.

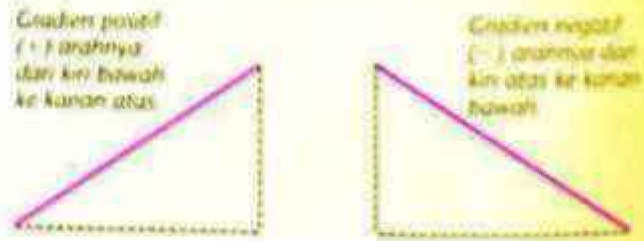
Istilah-Istilah Umum dalam Grafik

Fungsi
Merupakan bentuk persamaan aljabar yang dimulai dengan "y = ...". Bentuk ini memungkinkan kamu untuk menemukan nilai x dan y yang diperlukan untuk membuat grafik. Kamu dapat membaca lebih banyak tentang fungsi pada halaman 92 sampai 93.

Titik potong dengan sumbu-X
Merupakan titik di mana garis atau kurva pada grafik memotong sumbu X. Agar memotong sumbu X, $y = 0$.

Titik potong dengan sumbu-Y
Merupakan titik di mana garis atau kurva pada grafik memotong sumbu Y. Agar memotong sumbu Y, $x = 0$.

Gradien (m)
Merupakan koefisien kemiringan garis.

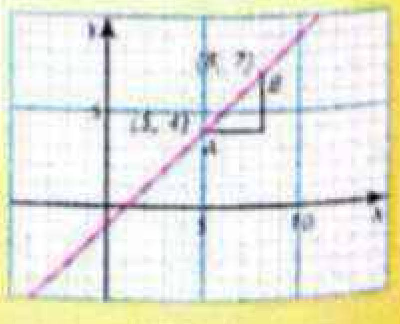


Gradien adalah nilai perbandingan yang menunjukkan kenaikan y terhadap x di antara dua titik pada sebuah garis. Gradien yang lebih besar adalah bagian garis yang lebih curam. Untuk mencari gradien dari sebuah garis, pilihlah dua titik pada garis, kemudian gunakan rumus:

$$\text{Gradien} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Untuk garis AB, gradiennya dapat dihitung dengan cara:

$$\frac{7-4}{8-5} = \frac{3}{3} = 1$$



Sumbu Koordinat 11, Sistem Koordinat Kartesius 11, Koefisien 75, Persamaan 79, Fungsi 92, Horizontal, Sejajar 10, Substitusi 77, Peubah 75.

Grafik Garis Lurus

Pada sebuah garis lurus, garis linear, atau grafik, semua titik yang memenuhi persamaan dapat dihubungkan untuk membentuk garis lurus. Persamaan linear dapat ditulis dalam beberapa bentuk yang berbeda.

Bentuk gradien

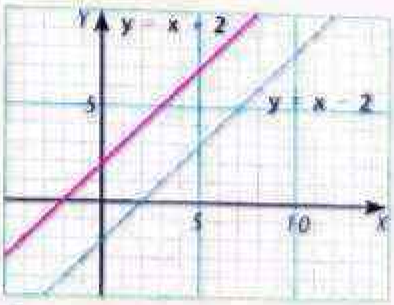
Bentuk persamaan garisnya

$$y = mx + c$$

dengan m adalah gradien garis dan c adalah titik potong pada sumbu Y.

Contoh: gradien garis $y = 2x + 3$ adalah 2 dan titik potong dengan sumbu Y adalah (0, 3).

Dua garis sejajar memiliki gradien yang sama, sehingga jika nilai m pada kedua persamaan tersebut sama, maka garis-garis tersebut sejajar.



Garis $y = x + 2$ dan $y = x - 2$ adalah sejajar, di mana nilai m pada kedua persamaan tersebut adalah sama (dalam kasus ini $m = 1$).

Bentuk umum

Bentuk umum persamaan garis adalah

$$ax + by + c = 0$$

Faktor-faktor yang terdapat pada bentuk umum tersebut tidak bermakna geometris, contoh: c tidak menunjukkan ***titik potong*** dengan sumbu **Y**.

Untuk mengubah persamaan dari bentuk umum ke bentuk gradien, pisahkan suku y pada sisi kiri tanda sama dengan, kemudian bagilah tiap-tiap suku dengan koefisien dari y.

Contoh:
$$\begin{aligned} 4x - 2y - 2 &= 0 \\ -2y &= 2 - 4x \\ y &= \frac{2 - 4x}{-2} \\ y &= 2x - 1 \end{aligned}$$

Persamaan-persamaan dalam bentuk lain dapat pula diubah ke bentuk gradien dengan cara yang sama.

Contoh:
$$\begin{aligned} 4x - 2 &= 2y \\ \frac{4x - 2}{2} &= \frac{2y}{2} \\ 2x - 1 &= y \\ y &= 2x - 1 \end{aligned}$$

Mencari persamaan pada garis lurus

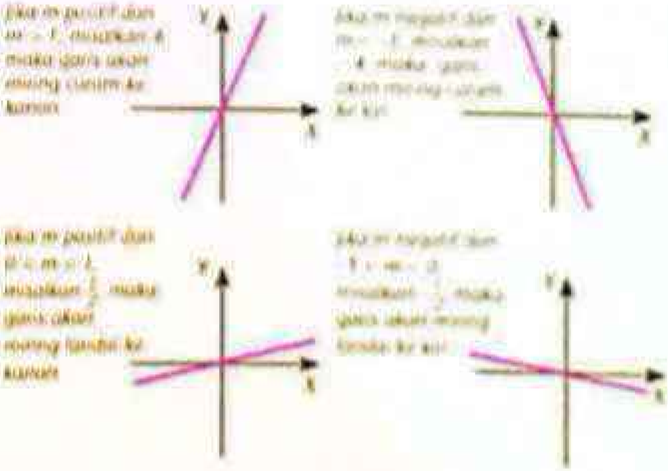
Gunakan grafik untuk mencari nilai m (gradien) dan c (titik potong dengan sumbu Y), kemudian substitusikan nilai-nilai tersebut pada persamaan $y = mx + c$.

Membuat sketsa grafik linear

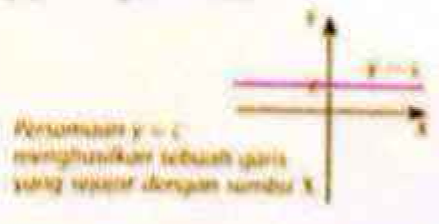
Suatu persamaan linear seringkali memuat cukup informasi yang dapat digunakan untuk membuat sketsa grafik tanpa harus membuat tabel nilai.

Bentuk gradien dari persamaan $y = mx + c$ menghasilkan gradien (m) dan titik potong pada sumbu Y (c).

Jika $c = 0$, maka persamaan garis dapat ditulis sebagai $y = mx$. Sebuah garis dengan persamaan $y = mx$ memotong sumbu Y di titik pusat (di mana $x = 0$ dan $y = 0$), dengan gradien m.



Jika gradiennya nol, maka garisnya akan mendatar (horizontal) dan sejajar dengan sumbu X.



Membuat grafik linear dari suatu persamaan

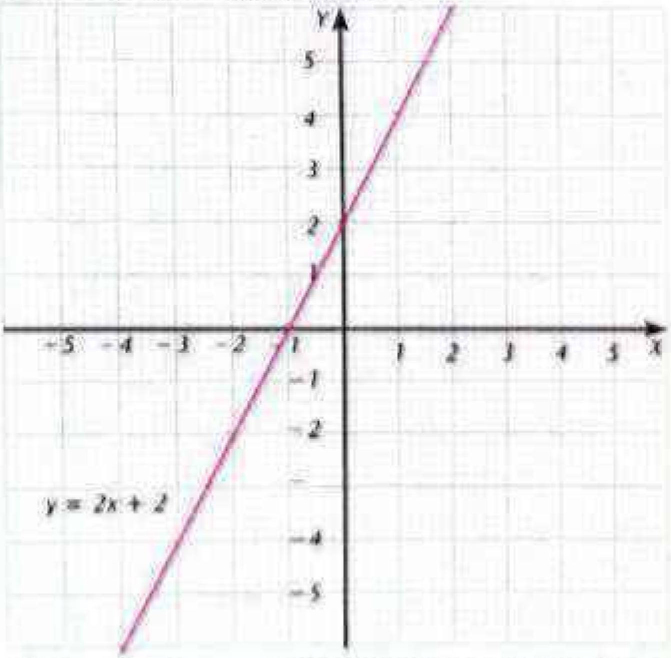
Contoh: untuk membuat grafik linear $y = 2x + 2$:

1. Buatlah tabel nilai x dan y.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y=2x+2$	-6	-4	-2	0	2	4	6

2. Letakkan titik-titik koordinat tersebut pada grafik, kemudian tariklah garis lurus yang melalui titik-titik tersebut.

Gambar grafik fungsi $y = 2x + 2$



3. Penyelesaian persamaan tersebut adalah titik yang memenuhi fungsi $y = 2x + 2$ dan $y = 0$, yakni titik di mana garis memotong sumbu X. Dengan demikian, penyelesaiannya adalah $x = -1$.

Grafik Kuadrat

Grafik kuadrat merupakan gambar dari fungsi kuadrat. Setiap grafik kuadrat dapat ditulis dalam bentuk:

$$y = ax^2 + bx + c$$

di mana a, b, dan c adalah konstanta dan $a \neq 0$

Parabola atau kurva kuadrat

Adalah grafik simetris berbentuk "U". Setiap fungsi kuadrat dapat menghasilkan parabola positif ataupun negatif, tergantung pada nilai a.

Jika a positif, maka parabola akan terbuka ke atas.

Jika a negatif, maka parabola akan terbuka ke bawah.

Menggambar grafik kuadrat

Sama dengan petunjuk umum untuk menggambar grafik (lihat halaman 80), ketika menggambar grafik kuadrat harus memperlihatkan:

- bagian bawah kurva
- titik di mana kurva memotong sumbu X (jika memotong)

Membuat grafik kuadrat

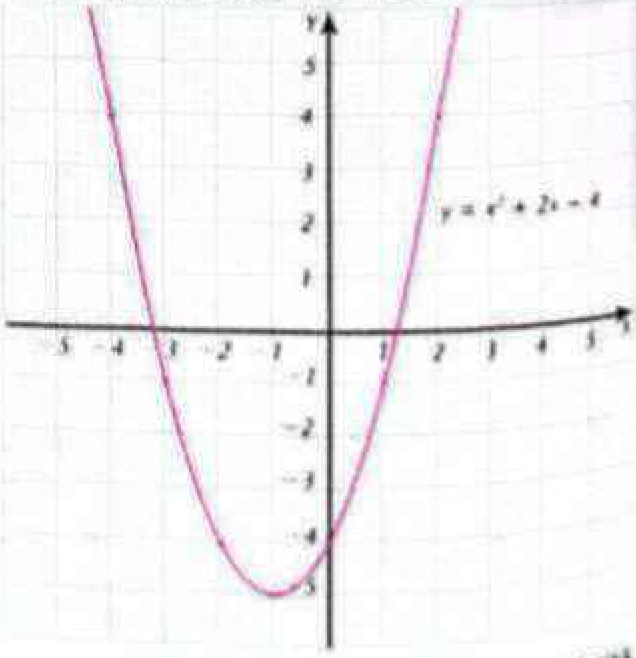
Grafik kuadrat dapat dibuat dengan cara yang sama dengan pembuatan grafik-grafik yang lain. Contoh, untuk membuat grafik kuadrat $y = x^2 + 2x - 4$:

1. Buatlah tabel nilai-nilai untuk memperlihatkan koordinat titik-titik pada grafik.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y = x^2+2x-4$	4	-1	-4	-5	-4	-1	4

2. Letakkan titik-titik koordinat tersebut pada grafik, kemudian gambarlah sebuah kurva mulus yang melalui titik-titik tersebut.

Gambar grafik fungsi $y = x^2 + 2x - 4$



3. Penyelesaian persamaan tersebut adalah titik-titik yang memenuhi fungsi $y = x^2 + 2x - 4$ dan $y = 0$, yakni titik-titik di mana kurva memotong sumbu X. Dengan demikian, penyelesaiannya adalah $x = 1{,}2$ dan $x = -3{,}2$.

Grafik kubik

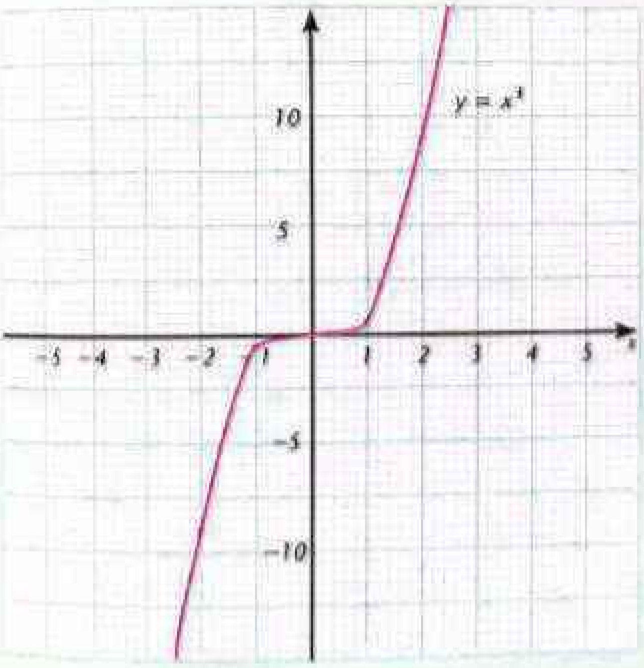
Grafik kubik merupakan grafik dari fungsi kubik, yang memuat variabel x^3. Grafik kubik dapat ditulis dalam bentuk:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

di mana *a*, *b*, *c*, dan *d* adalah konstanta, $a \neq 0$ dan *d* adalah titik potong sumbu *Y*.

Bentuk yang paling sederhana dari grafik kubik adalah $y = x^3$.

Gambar grafik fungsi $y = x^3$



Kurva kubik

Kurva yang memiliki dua belokan (perubahan arah). Bentuk kurva tergantung pada nilai *a* dalam persamaan $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Jika nilai a positif, maka kurva kubik tampak serupa dengan 1, 2, dan 3.

Jika nilai a negatif, maka kurva kubik tampak serupa dengan 4, 5, dan 6.

1

4

Kurva 1, 2, 4, dan 5 memiliki dua titik belok yang jelas.

2

5

3

Kurva 3 dan 6 memiliki dua titik belok, tetapi keduanya hampir tidak terlihat.

6

Menggambar grafik kubik

Grafik kubik dapat dibuat dengan cara yang sama dengan tipe-tipe grafik yang lain.

Contoh: untuk menggambar grafik dari persamaan $y = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$:

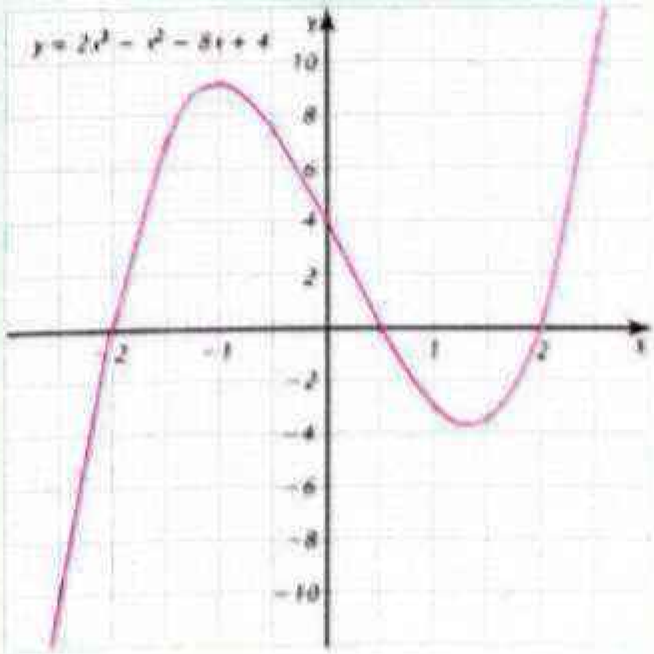
1. Buatlah tabel nilai *x* dan *y* untuk memperlihatkan koordinat titik-titik pada grafik.

x	−2	−1,5	−1	−0,5
$y = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$	0	7	9	7,5

x	0	0,5	1	1,5	2
$y = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$	4	0	−3	−3,5	0

2. Letakkan titik-titik koordinat pada grafik, kemudian gambarlah kurva mulus yang melaluinya.

Gambar grafik fungsi $y = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$



3. Penyelesaian persamaan kubik adalah titik-titik pada grafik yang memenuhi fungsi kubik dan $y = 0$, yakni titik-titik di mana kurva memotong sumbu *X*. Persamaan kubik dapat memiliki tiga penyelesaian. Penyelesaian dari contoh di atas adalah $x = -2$, $x = 0,5$ dan $x = 2$.

Grafik Eksponen

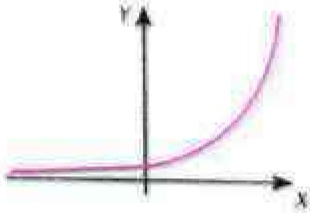
Grafik eksponen merupakan grafik dari bentuk aljabar, di mana y adalah pangkat positif atau pangkat negatif x. Grafik eksponen dapat ditulis dalam bentuk:

$$y = a^x$$

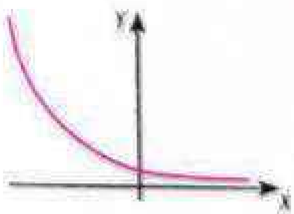
di mana a adalah bilangan pokok.

Kurva eksponen

Kurva eksponen merupakan sebuah grafik fungsi $y = a^x$. Kurva eksponen memotong sumbu Y, dengan $y = 1$. Bentuk kurva tergantung pada nilai a.



Jika $a > 1$, maka kurva eksponen tampak seperti pada gambar.



Jika $a < 1$, maka kurva eksponen tampak seperti pada gambar.

Jika $a = 1$, maka kurva eksponen akan berbentuk garis horizontal $y = 1$.

Grafik Resiprokal

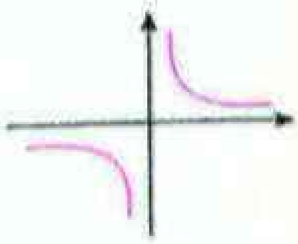
Grafik resiprokal dapat ditulis dalam bentuk:

$$y = \frac{a}{x}$$

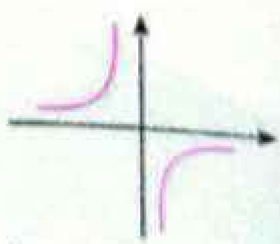
di mana a adalah konstanta.

Hiperbola atau Kurva Resiprokal

Merupakan sebuah grafik yang memuat dua kurva terpisah yang saling berlawanan arah. Fungsi resiprokal dapat menghasilkan hiperbola positif ataupun hiperbola negatif, tergantung pada nilai a. Jika $x = 0$, maka y tidak memiliki nilai.



Jika a positif, maka hiperbola akan tampak seperti pada gambar.



Jika a negatif, maka hiperbola akan tampak seperti pada gambar.

Untuk membuat grafik resiprokal

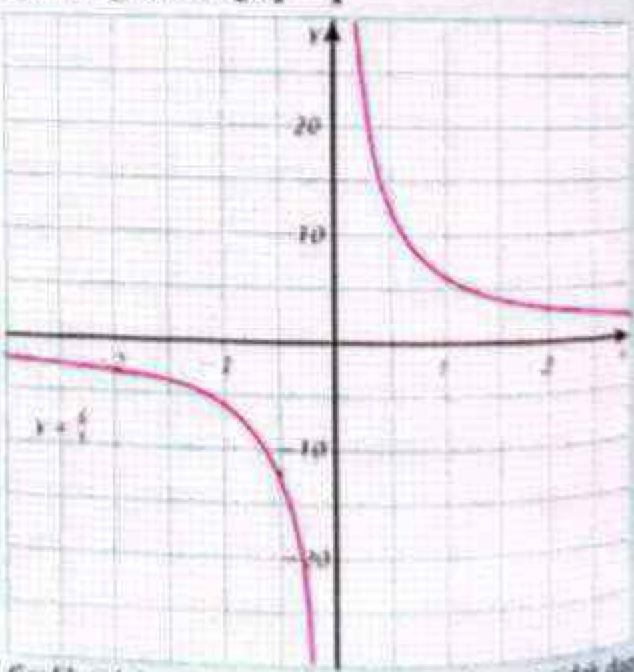
Grafik resiprokal dapat digambar dengan cara yang sama dengan grafik-grafik yang lain. Contoh, untuk menggambar grafik dari persamaan $y = \frac{6}{x}$, buatlah tabel nilai x dan y untuk memperlihatkan koordinat titik-titik pada grafik:

x	−3	−2	−1	−0.5	−0.25
$y = \frac{6}{x}$	−2	−3	−6	−12	−24

x	0.25	0.5	1	2	3
$y = \frac{6}{x}$	24	12	6	3	2

Letakkan titik-titik koordinat pada grafik, kemudian gambarlah dua kurva mulus yang melalui titik-titik tersebut.

Gambar grafik fungsi $y = \frac{6}{x}$



Grafik tidak memotong sumbu X, sehingga tidak dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan resiprokal.

Grafik Lingkaran

Suatu persamaan dalam bentuk $x^2 + y^2 = r^2$ akan menghasilkan sebuah lingkaran dengan jari-jari r dan pusat (0,0).

Grafik persamaan $x^2 + y^2 = 4$ seperti yang terlihat pada gambar. Jari-jari lingkaran disamping adalah 2 satuan.

Grafik memotong sumbu X di titik (2, 0) dan (−2, 0). Grafik tersebut juga memotong sumbu Y di titik (0, 2) dan (0, −2).

Bentuk Aljabar *75*, **Koefisien, Konstanta** *75*, **Koordinat** *11*, **Persamaan** *79*, **Faktor** *11*, **Memfaktorkan** *78*, **Fungsi** *92*, **Grafik Aljabar** *8?*, **Horizontal** *10*, **Pangkat** *21*, **Perkalian** *14*, **Jari-jari** *85*, **Solusi** *79*, **Bilangan Kuadrat** *8*, **Substitusi** *77*

PERSAMAAN KUADRAT

Persamaan kuadrat merupakan persamaan yang memuat bentuk kuadrat, yakni variabel yang dikuadratkan. Persamaan kuadrat ditulis dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$, di mana $a \neq 0$. Setiap persamaan kuadrat yang dapat diselesaikan memiliki dua penyelesaian, yang disebut *akar-akar*. Persamaan kuadrat dapat diselesaikan menggunakan grafik (lihat halaman 82), atau menggunakan beberapa metode seperti yang akan dijelaskan berikut ini dan seperti yang diuraikan pada halaman 86.

$x^2 - 2x - 5 = 5$

$2x^2 + 6x + 4 = 0$

Kedua persamaan di atas adalah persamaan kuadrat, karena kedua persamaan tersebut dapat ditulis dalam bentuk $y = ax^2 + bx + c$.

Mencari penyelesaian dengan pemfaktoran

Metode ini melibatkan pemfaktoran dari persamaan untuk menghasilkan dua bentuk linear dalam tanda kurung. Karena $ax^2 + bx + c = 0$, salah satu dari pernyataan dalam tanda kurung haruslah sama dengan nol (sebagai hasil perkalian sembarang nilai dengan 0 adalah 0). Dengan mengubah persamaan tersebut ke dalam bentuk tanda kurung, maka akan ditemukan dua penyelesaian yang mungkin. Tetapi, tidak semua persamaan kuadrat dapat diselesaikan dengan cara pemfaktoran.

1 Faktorkan sisi kiri dari persamaan untuk menghasilkan dua bentuk linear dalam tanda kurung. Pertama-tama, tentukan faktor-faktor dari variabel x. Kemudian tentukan dua bilangan, yang mana jika kedua bilangan itu dikalikan maka hasilnya akan sama dengan c (konstanta), dan jika dijumlahkan maka hasilnya sama dengan b (koefisien x).

Contoh: $x^2 + 6x + 8 = 0$

$(x + 2)(x + 4) = 0$

(Nilai x adalah benar karena $x \times x = x^2$, kedua bilangannya pun benar karena $2 + 4 = 6$ dan $2 \times 4 = 8$).

2 Karena hasil kali dari faktor-faktornya adalah 0, maka salah satu faktor harus sama dengan 0. Kemudian hitunglah nilai x pada masing-masing tanda kurung.

Contoh:

$(x + 2)(x + 4) = 0$

maka $(x + 2) = 0$ atau $(x + 4) = 0$

sehingga $x = -2$ atau $x = -4$

Akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 6x + 8 = 0$ adalah $x = -2$ dan $x = -4$.

3 Periksalah kembali jawabanmu dengan cara mensubstitusikan masing-masing akar pada persamaan.

Contoh: (untuk $x = -2$) $4 + (-12) + 8 = 0$

(untuk $x = -4$) $16 + (-24) + 8 = 0$ ✓

Mengenali faktor

Jika koefisien x^2 lebih besar dari 1 (misal: $2x^2$, $3x^2$, $4x^2$ ...), maka akan sulit untuk mengetahui cara yang tepat dalam pemfaktoran persamaan tanpa mencoba beberapa alternatif.

Sebagai contoh, pemfaktoran persamaan $4x^2 + 20x + 21 = 0$, koefisien x harus dikalikan agar menghasilkan 4, dan bilangan-bilangannya yang dijumlahkan sampai dengan 20 serta dikalikan menghasilkan 21.

$(4x + 3)(x + 7) = 4x^2 + 28x + 3x + 21$
$= 4x^2 + 31x + 21$ ✗

$(4x + 7)(x + 3) = 4x^2 + 12x + 7x + 21$
$= 4x^2 + 19x + 21$ ✗

$(2x + 3)(2x + 7) = 4x^2 + 14x + 6x + 21$
$= 4x^2 + 20x + 21$ ✓

Pada saat kamu telah menemukan pemfaktoran yang benar, kamu dapat menentukan akar dari persamaan.

Contoh:

$2x + 3 = 0$
$2x = 0 - 3$
$2x = -3$
$x = -1{,}5$

$2x + 7 = 0$
$2x = 0 - 7$
$2x = -7$
$x = -3{,}5$

Akar-akar dari persamaan $4x^2 + 20x + 21 = 0$ adalah $x = -1{,}5$ and $x = -3{,}5$.

Periksalah kembali jawabanmu dengan cara mensubstitusikan masing-masing akar pada persamaan bentuk awal.

Contoh: (untuk $x = -1{,}5$) $9 + (-30) + 21 = 0$

(untuk $x = -3{,}5$) $49 + (-70) + 21 = 0$ ✓

Melengkapkan Kuadrat

$(x+3)^2 = 9$

$(x-5)^2 = 11$

Persamaan sembarang dalam bentuk $(x + y)^2 = z$ merupakan bentuk kuadrat sempurna.

Melengkapkan bentuk kuadrat artinya mengubah ruas kiri persamaan kuadrat ke bentuk kuadrat sempurna, sehingga berbentuk $(x + y)^2 = z$. Metode ini dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan kuadrat.

1. Pastikan persamaan berbentuk $ax^2 + bx + c = 0$. Kemudian pindahkan bilangan (c) ke ruas kanan persamaan tersebut.
   Contoh, untuk menyelesaikan persamaan kuadrat $x^2 - 6x + 2 = 0$, pertama-tama pindahkan 2 pada ruas kanan persamaan.
   Contoh: $x^2 - 6x = -2$

2. Untuk melengkapi bentuk kuadrat pada ruas kiri, bagilah koefisien x dengan 2 dan kuadratkan hasilnya, kemudian jumlahkan bilangan tersebut pada kedua ruasnya (ruas kanan dan kiri persamaan).
   Contoh: $\left(\frac{6}{2}\right)^2 = (3)^2 = 9$

   sehingga $x^2 - 6x + 9 = -2 + 9$
   $x^2 - 6x + 9 = 7$

3. Faktorkan ruas kiri dari persamaan ke bentuk $(x + y)^2 = z$.
   Contoh: $x^2 - 6x + 9 = 7$
   $(x - 3)^2 = 7$

4. Carilah akar kuadrat dari kedua ruas persamaan (ruas kiri dan kanan) untuk menemukan akar-akar persamaan.
   Contoh: $(x - 3)^2 = 7$
   $x - 3 = \pm\sqrt{7}$
   $x = \pm 2{,}64575131 + 3$

   sehingga $x = 5{,}64575131$ atau $x = 0{,}35424869$

5. Bulatkan jawaban akhirmu
   Contoh: $x = 5{,}65$ atau $x = 0{,}354$

Rumus Kuadrat

Rumus kuadrat dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan-persamaan dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$. Rumus akar-akar kuadrat adalah sebagai berikut:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1. Pastikan persamaan berbentuk $ax^2 + bx + c = 0$ dan tentukan a, b dan c.
   Contoh: $2x^2 + 4x - 6 = 0$
   $a = 2$, $b = 4$, dan $c = -6$

2. Selesaikanlah persamaan dengan cara mensubstitusikan nilai a, b, dan c ke rumus akar-akar kuadrat.

   Contoh: $x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2}$

   $x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{4}$

   $x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{4}$

   $x = \frac{-4 + \sqrt{64}}{4}$ atau $x = \frac{-4 - \sqrt{64}}{4}$

   $x = \frac{-4 + 8}{4}$ atau $x = \frac{-4 - 8}{4}$

   $x = \frac{4}{4}$ atau $x = \frac{-12}{4}$

   $x = 1$ atau $x = -3$

   Dengan demikian, akar-akar persamaan $2x^2 + 4x - 6 = 0$ adalah $x = 1$ atau $x = -3$

3. Periksalah kembali jawabanmu. Jika benar, maka jumlah akar-akarnya harus $\frac{-b}{a}$.

   Contoh: $1 + (-3) = -2$ dan $\frac{-b}{a} = \frac{-4}{2} = -2$

Metode yang digunakan untuk memeriksa kembali jawabanmu benar karena rumus kuadrat menghasilkan dua nilai x, yakni:

$$\frac{-b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ dan } \frac{-b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dengan demikian, jumlah kedua akarnya adalah

$$\left(\frac{-b}{2a}\right) + \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) + \left(\frac{-b}{2a}\right) - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$$

$$= \left(\frac{-b}{2a}\right) + \left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a}$$

Koefisien 75, Persamaan 79, Bentuk Aljabar 75, Pemfaktoran 78, Suku Sejenis 75, Kuadrat Sempurna 78, Persamaan Kuadrat 81, Akar K...
Pembulatan 76, Akar Kuadrat 11, Substitusi 77, Penjumlahan 14, Suku 75, Peubah 75

SISTEM PERSAMAAN

Sistem persamaan merupakan beberapa persamaan yang variabel-variabelnya mewakili bilangan yang sama pada tiap-tiap persamaan. Untuk menyelesaikan sistem persamaan, kamu harus mencari penyelesaian yang memenuhi persamaan-persamaan (sehingga hasil persamaan-persamaan tersebut benar).

$$3x + y = 8$$
$$x + y = 4$$

Kedua persamaan tersebut dapat diselesaikan secara bersamaan untuk menghasilkan nilai x dan y sehingga menghasilkan jawaban yang benar untuk kedua persamaan. Dalam kasus ini, nilai x dan y adalah 2.

Menyelesaikan sistem persamaan dengan metode substitusi

Dengan mensubstitusikan salah satu persamaan ke persamaan yang lain, maka nilai dari salah satu variabel dapat diperoleh. Kemudian nilai ini dapat disubstitusikan pada persamaan yang pertama untuk mencari nilai dari variabel yang lain (yang tersisa).

1. Bila perlu, susunlah kembali salah satu dari persamaan untuk menentukan variabel yang dijadikan subjek.
   Contoh untuk menyelesaikan persamaan:
   $$5x - y = 13$$
   $$2x + y = 15$$
   Tentukan y sebagai subjek pada persamaan pertama: $y = 5x - 13$
2. Substitusikan persamaan yang telah ditulis kembali, pada variabel yang sama dalam persamaan yang lain. Contoh: Jika $y = 5x - 13$,
   $$2x + y = 15$$
   dapat ditulis kembali menjadi
   $$2x + 5x - 13 = 15$$
3. Kumpulkan suku-suku sejenis pada salah satu ruas, kemudian sederhanakanlah.
   Contoh: $2x + 5x - 13 = 15$
   $$2x + 5x = 15 + 13$$
   $$7x = 15 + 13$$
   $$7x = 28$$
   $$x = 4$$
4. Substitusikan nilai variabel yang telah diketahui pada persamaan yang tersisa dan gunakan untuk mencari nilai variabel yang lain. Contoh:
   Karena $x = 4$, maka $(2 \times 4) + y = 15$
   $$8 + y = 15$$
   $$y = 15 - 8$$
   $$y = 7$$
   Dengan demikian, penyelesaiannya adalah $x = 4$ dan $y = 7$.
5. Periksa kembali jawabanmu dengan cara mensubstitusikan nilai x dan y pada persamaan yang lain.
   Contoh: $20 - 7 = 13$, jadi jawabannya benar. ✓

Menyelesaikan sistem persamaan dengan metode eliminasi

Jika suku-suku yang sama atau berlawanan muncul pada kedua persamaan, maka suku-suku tersebut dapat digabungkan untuk mengeliminasinya, dan menyisakan satu variabel. Kemudian persamaan dapat disederhanakan untuk mencari nilai variabel, yang dapat disubstitusikan pada salah satu persamaan untuk mencari nilai variabel lain yang belum diketahui.

Untuk mengeliminasi suku-suku yang sama ataupun berlawanan

1. Jika suku-sukunya sama (misal, $2x$ dan $2x$ atau $-2x$ dan $-2x$), kurangkanlah salah satu persamaan dari persamaan yang lain. Dan jika suku-sukunya berlawanan (misal, $2x$ dan $-2x$), jumlahkan kedua persamaan tersebut.
   Contoh, untuk menyelesaikan persamaan:
   $$2x - 3y = 5$$
   $$x + 3y = 16$$
   Jumlahkan suku-sukunya secara bersamaan (sebagai lawan dari suku-suku yang sama, yang muncul pada kedua persamaan).
   $$(2x - 3y) + (x + 3y) = 5 + 16$$
   $$3x = 21$$
   $$x = 7$$
2. Substitusikan nilai variabel yang telah diketahui pada salah satu persamaan, kemudian nilai dari variabel yang tersisa dapat diperoleh.
   Contoh: $2x - 3y = 5$
   $$(2 \times 7) - 3y = 5$$
   $$14 - 3y = 5$$
   $$3y = 14 - 5$$
   $$3y = 9$$
   $$y = 3$$
   Maka penyelesaiannya adalah $x = 7$ dan $y = 3$.
3. Periksalah kembali jawabanmu dengan cara mensubstitusikan nilai x dan y pada salah satu persamaan. Contoh:
   $7 + 9 = 16$, dengan demikian jawabannya benar. ✓

Eliminasi Lanjutan

Mengeliminasi variabel-variabel yang sama jika koefisiennya tidak sama atau berlawanan

1. Carilah paling sedikit perkalian sepasang koefisien (yakni variabel x atau variabel y) dan kalikanlah salah satu atau kedua persamaan dengan bilangan yang diperlukan untuk menyamakan koefisiennya.

   Contoh, untuk menyelesaikan persamaan simultan:
   $$2x + 3y = 0$$
   $$3x + 2y = 5$$
   Kalikan persamaan pertama dengan 2 dan persamaan kedua dengan 3:
   $$4x + 6y = 0$$
   $$9x + 6y = 15$$

   (sebagai alternatif, kamu juga dapat mengalikan persamaan pertama dengan 3 dan persamaan kedua dengan 2 agar nilai x menjadi $6x$.)

2. Jika suku-sukunya sama (misal, $2x$ dan $2x$ atau $-2x$ dan $-2x$), kurangkanlah persamaan yang satu dengan persamaan lainnya. Dan jika faktor-faktornya berlawanan (misal, $2x$ dan $-2x$), jumlahkan persamaan-persamaannya.
   Misal, $(4x + 6y) - (9x + 6y) = 0 - 15$
   $$-5x = -15$$
   $$5x = 15$$
   $$x = 3$$

3. Substitusikan nilai variabel yang belum diketahui ke dalam salah satu persamaan, sehingga nilai variabel yang tersisa dapat diperoleh.
   Misal, $4 \times 3 + 6y = 0$
   $$12 + 6y = 0$$
   $$6y = -12$$
   $$y = -2$$
   Maka penyelesaiannya adalah $x = 3$ dan $y = -2$.

4. Periksalah kembali dengan cara mensubstitusikan nilai x dan y ke dalam persamaan awal.
   Misal,
   $$6 - 6 = 0 \quad ✓$$
   dan
   $$9 - 4 = 5 \quad ✓$$

   Karena $6 - 6 = 0$ dan $9 - 4 = 5$, maka jawabannya adalah benar.

Menyelesaikan sistem persamaan dengan metode grafik

Sistem persamaan dapat digambarkan dengan grafik. (Kamu dapat mengetahui lebih banyak tentang jenis-jenis grafik pada halaman 82 sampai 86). Setiap garis atau kurva pada grafik mewakili suatu persamaan dan titik potong kedua garis menghasilkan nilai x dan y yang memenuhi kedua persamaan tersebut.

Menggambar grafik sistem persamaan linear

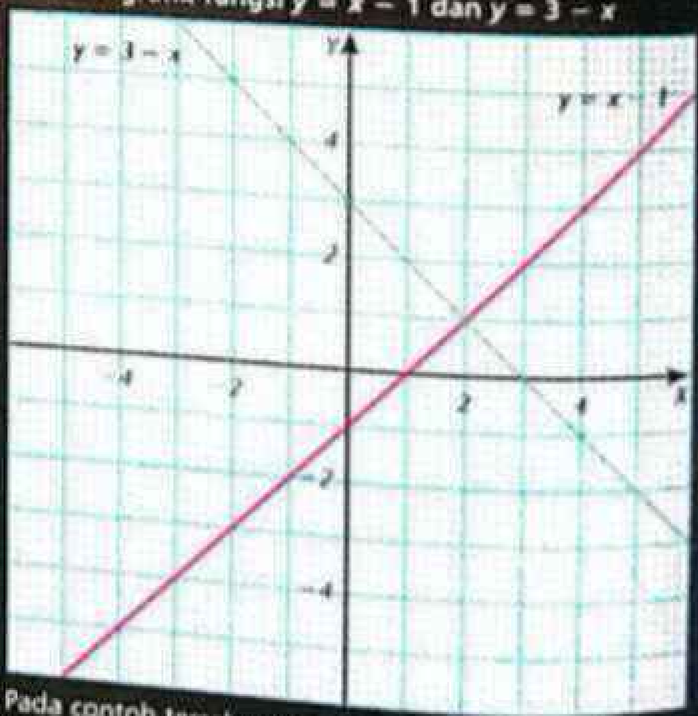
Contoh: untuk membuat grafik sistem persamaan linear:
$$x - 1 = y$$
$$2y + 2x = 6$$
Susunlah kembali persamaan untuk menjadikan y sebagai subjek:
$$y = x - 1$$
$$y = 3 - x$$
Untuk tiap-tiap persamaan , buatlah tabel yang menunjukkan nilai x dan y yang mungkin.

x	-4	0	4
$y = x - 1$	-5	-1	3

x	-2	0	4
$y = 3 - x$	5	3	-1

Letakkan koordinat titik-titik pada grafik, kemudian gambarlah sebuah garis yang melalui tiap-tiap kumpulan titik. Berilah nama tiap-tiap garis dengan persamaannya.

Gambar grafik fungsi $y = x - 1$ dan $y = 3 - x$



Pada contoh tersebut, garis $y = x - 1$ dan $y = 3 - x$ bertemu di titik (2, 1). Dengan demikian, penyelesaian dari sistem persamaan linear tersebut adalah $x = 2$ dan $y = 1$.

Sistem Persamaan Lanjutan

Persamaan linear dan persamaan kuadrat

Contoh: untuk menyelesaikan: $y = x + 3$ (1)

$y = x^2 - 4x + 7$ (2)

Substitusikan nilai y dari persamaan (1) ke persamaan (2), kemudian sederhanakan.

$$x + 3 = x^2 - 4x + 7$$
$$3 = x^2 - 4x + 7 - x$$
$$3 = x^2 - 5x + 7$$
$$0 = x^2 - 5x + 4$$
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

Faktorkan persamaan tersebut, kemudian tentukan nilai x.

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

untuk $x - 1 = 0$ atau $x - 4 = 0$

maka $x = 1$ atau $x = 4$

Substitusikan nilai x ke persamaan (1).

Jika $x = 1$ maka $y = 1 + 3$, sehingga $y = 4$

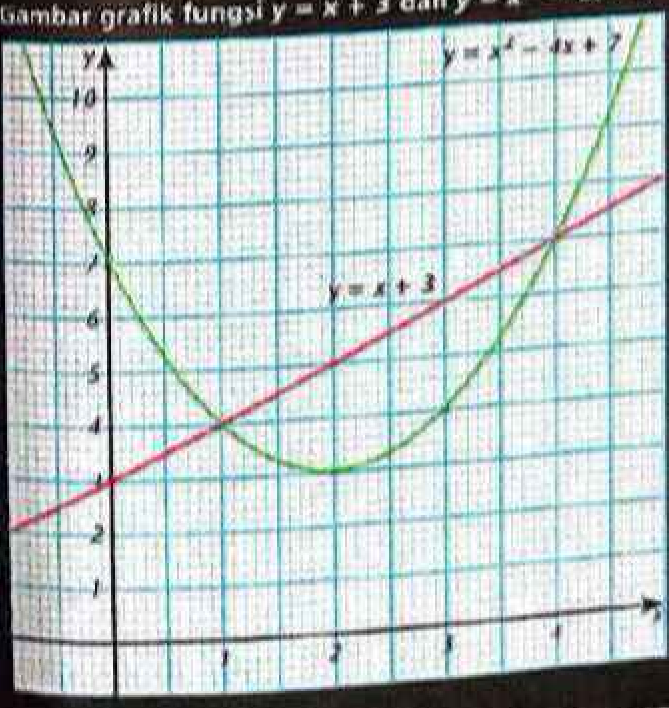
Jika $x = 4$ maka $y = 4 + 3$, sehingga $y = 7$

Periksalah kembali jawabannya dengan cara mensubstitusikan kedua nilai tersebut ke persamaan (2).

$4 = 1 - 4 + 7$ dan $7 = 16 - 16 + 7$

Tetapi jika persamaan tidak dapat difaktorkan, cobalah dengan cara melengkapkan kuadrat atau menggunakan rumus akar-akar kuadrat. Kamu juga dapat menyelesaikan sistem persamaan dengan menggunakan grafik, karena koordinat titik-titik di mana grafik yang satu memotong grafik yang lain merupakan penyelesaiannya.

Gambar grafik fungsi $y = x + 3$ dan $y = x^2 - 4x + 7$



Persamaan linear dan persamaan lingkaran

Contoh: untuk menyelesaikan: $y = x - 1$ (1)

$x^2 + y^2 = 25$ (2)

Substitusikan nilai y dari persamaan (1) ke persamaan (2), kemudian sederhanakan.

$$x^2 + (x - 1)^2 = 25$$
$$x^2 + (x - 1)(x - 1) = 25$$
$$x^2 + x^2 - x - x + 1 = 25$$
$$2x^2 - 2x + 1 = 25$$
$$2x^2 - 2x - 24 = 0$$

Faktorkan persamaan tersebut, kemudian tentukan nilai x.

$$(2x + 6)(x - 4) = 0$$

untuk $2x + 6 = 0$ atau $x - 4 = 0$

maka $x = -3$ atau $x = 4$

Substitusikan nilai x ke dalam persamaan (1).

Jika $x = -3$ maka $y = -3 - 1$, sehingga $y = -4$

Jika $x = 4$ maka $y = 4 - 1$, sehingga $y = 3$

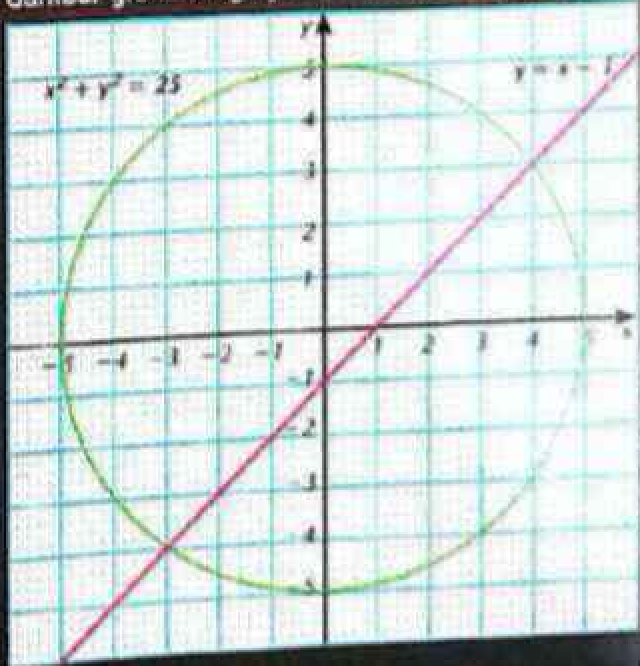
Periksalah kembali jawabannya dengan cara mensubstitusikan kedua nilai tersebut ke persamaan (2).

$(-3^2) + (-4^2) = 25$ dan $4^2 + 3^2 = 25$

$9 + 16 = 25$ $16 + 9 = 25$

Tetapi jika persamaan tidak dapat difaktorkan, cobalah dengan cara melengkapkan kuadrat, menggunakan rumus akar-akar kuadrat atau menggambar grafik, karena koordinat titik-titik di mana grafik yang satu memotong grafik yang lain merupakan solusi dari sistem persamaan tersebut. Ingatlah bahwa persamaan yang berbentuk $x^2 + y^2 = r^2$ merupakan sebuah lingkaran dengan titik pusat (0, 0) dan jari-jari (radius) r (lihat grafik berbentuk lingkaran pada halaman 84).

Gambar grafik fungsi $y = x - 1$ dan $x^2 + y^2 = 25$



Tautan Internet: Untuk informasi lebih lanjut, bukalah www.usborne-quicklinks.com dan pilih "Equations"

PERTIDAKSAMAAN

Pertidaksamaan adalah pernyataan matematika yang terdiri atas dua bentuk aljabar yang tidak sama (tidak melibatkan tanda sama dengan). Suatu pertidaksamaan merupakan lawan dari persamaan, tetapi dapat diselesaikan dengan cara yang sama, untuk menghasilkan rentang nilai yang memenuhi pertidaksamaan (sehingga menghasilkan jawaban yang benar).

$2x+3<8$

Pernyataan dalam suatu ketaksamaan dipisahkan oleh tanda ketaksamaan. Ada beberapa tanda dengan beberapa makna. Tanda pada ketaksamaan di atas artinya adalah "kurang dari".

Notasi pertidaksamaan

Simbol yang digunakan untuk menyatakan pertidaksamaan adalah:

artinya "kurang dari"
artinya "lebih dari"
artinya "kurang dari atau sama dengan"
artinya "lebih dari atau sama dengan"
artinya "tidak sama dengan"

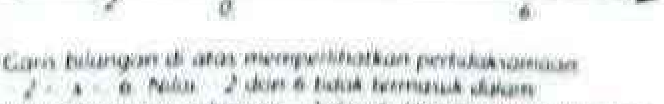
Sebagai contoh, $x < y$ artinya x kurang dari y, dan $a \geq b$ artinya a lebih dari atau sama dengan b.

Subjek dalam pertidaksamaan dapat diubah, tetapi tandanya harus dibalik. Contoh, jika x kurang dari y ($x < y$), maka y harus lebih besar dari x ($y > x$). Sama halnya dengan jika a lebih dari atau sama dengan b ($a \geq b$), maka b harus kurang dari atau sama dengan a ($b \leq a$).

Pertidaksamaan dapat diperlihatkan pada garis bilangan. Nilai-nilai yang termasuk dalam pertidaksamaan dinyatakan dengan bulatan penuh. Sebuah nilai akan termasuk dalam pertidaksamaan jika variabelnya $\leq$ atau $\geq$ nilai tersebut.

Garis bilangan di atas memperlihatkan pertidaksamaan $x \geq 1$. Nilai 1 termasuk dalam pertidaksamaan, sehingga ditandai dengan bulatan penuh.

Sedangkan nilai-nilai yang tidak termasuk dalam pertidaksamaan dinyatakan dengan bulatan kosong. Sebuah nilai tidak termasuk dalam pertidaksamaan jika variabelnya $<$ atau $>$ nilai tersebut.



Garis bilangan di atas memperlihatkan pertidaksamaan $-2 < x < 6$. Nilai -2 dan 6 tidak termasuk dalam pertidaksamaan, sehingga -2 dan 6 ditandai dengan bulatan kosong.

Pertidaksamaan bersyarat

Merupakan pertidaksamaan yang hanya benar untuk nilai-nilai variabel tertentu, contoh: $x + 1 > 4$, hanya benar untuk nilai-nilai $x > 3$.

Pertidaksamaan tak bersyarat

Merupakan pertidaksamaan yang benar untuk semua nilai variabel, contoh: $x + 1 > x - 1$.

Pertidaksamaan ganda

Merupakan pertidaksamaan di mana sebuah variabel harus memenuhi dua pertidaksamaan. Contoh, dalam pertidaksamaan ganda $0 \leq x \leq 5$, x harus lebih dari atau sama dengan 0 dan kurang dari atau sama dengan 5.

Menyelesaikan pertidaksamaan tunggal

Pertidaksamaan dapat diselesaikan dengan cara yang sama dengan persamaan, yakni dengan menjadikan variabel yang belum diketahui sebagai subjek pertidaksamaan. Agar pertidaksamaan menghasilkan nilai yang benar, suku yang dikurangkan atau dijumlahkan pada salah satu ruas pertidaksamaan haruslah sama dengan suku yang dikurangkan atau dijumlahkan pada ruas yang lain. Sama halnya jika kamu kalikan atau membagi salah satu ruas pertidaksamaan dengan suku positif, maka kamu harus melakukan hal yang sama pada ruas pertidaksamaan yang lain. Tetapi, jika kamu mengalikan atau membagi kedua ruas pertidaksamaan dengan bilangan negatif, maka kamu harus membalikkan tanda pertidaksamaan.

Sebagai contoh, untuk menyelesaikan pertidaksamaan

$4 - 3y \geq 12 - y$

Kurangkan 4 dari kedua ruas: $-3y \geq 12 - y - 4$

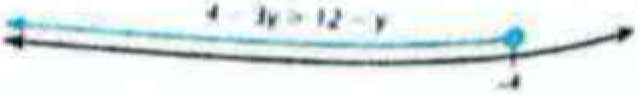
Tambahkan y pada kedua ruas: $-3y + y \geq 12 - 4$

$-2y \geq 8$

Bagilah kedua ruas dengan -2 dan baliklah tanda ketaksamaannya: $y \leq -4$

Dengan demikian penyelesaian dari ketaksamaan tersebut adalah $y \leq -4$.

Penyelesaiannya dapat digambarkan pada garis bilangan seperti berikut.



Bentuk Aljabar 71, Koordinat 11, Persamaan 79, Grafik Aljabar 92, Persamaan Linier 81, Suku 7, Subjek 79, Substitusi 77, Peubah 73
Titik Sudut Segi banyak 14

Menyelesaikan pertidaksamaan ganda

Pertidaksamaan ganda menggambarkan dua pertidaksamaan. Contoh, $5 \geq 2x + 3 \geq x + 1$ mewakili pertidaksamaan $5 \geq 2x + 3$ dan $2x + 3 \geq x + 1$.

Untuk mencari penyelesaian yang memenuhi kedua pertidaksamaan tersebut, selesaikanlah secara bergiliran:

$5 \geq 2x + 3$	$2x + 3 \geq x + 1$
$5 - 3 \geq 2x$	$2x - x + 3 \geq 1$
$2 \geq 2x$	$x \geq 1 - 3$
$1 \geq x$	$x \geq -2$

Nilai x yang diperoleh lebih dari atau sama dengan -2 dan kurang dari atau sama dengan 1, serta memenuhi kedua pertidaksamaan. Penyelesaian ini dapat pula dinyatakan dalam pertidaksamaan ganda $-2 \leq x \leq 1$ dan dapat digambarkan pada garis bilangan seperti berikut:

Grafik Pertidaksamaan

Suatu pertidaksamaan dapat ditunjukkan dengan grafik. Untuk membuat grafik dari suatu pertidaksamaan langkah-langkahnya adalah sebagai berikut:

1. Gantilah tanda pertidaksamaan dengan tanda sama dengan (=) dan letakkan persamaan pada grafik. (Kamu dapat mengetahui lebih banyak tentang pembuatan grafik pada halaman 80). Sebagai contoh, untuk memperlihatkan pertidaksamaan $x \leq 4$, pertama-tama pasangkan koordinat titik-titik yang memenuhi persamaan linier $x = 4$.
2. Gabungkan titik-titik tersebut dengan sebuah garis atau garis putus-putus. Garis lurus menunjukkan bahwa titik-titik yang dilaluinya termasuk dalam pertidaksamaan (dinyatakan dengan simbol $\leq$ atau $\geq$ dalam pertidaksamaan). Sedangkan garis putus-putus menunjukkan bahwa titik-titik yang dilaluinya tidak termasuk dalam pertidaksamaan (dinyatakan dengan simbol $<$ atau $>$ dalam pertidaksamaan).
3. Kecuali jika diminta untuk melakukan yang sebaliknya, arsirlah daerah yang tidak termasuk dalam pertidaksamaan serta berilah nama pada daerah yang termasuk dalam pertidaksamaan.
4. Jika kamu perlu mencari rentang nilai yang memenuhi lebih dari satu pertidaksamaan, gambarlah sebuah garis untuk tiap-tiap pertidaksamaan dan daerah yang tidak diinginkan tidak perlu diarsir, serta berilah nama pada daerah yang diperlukan.

Contoh: Soal pertidaksamaan

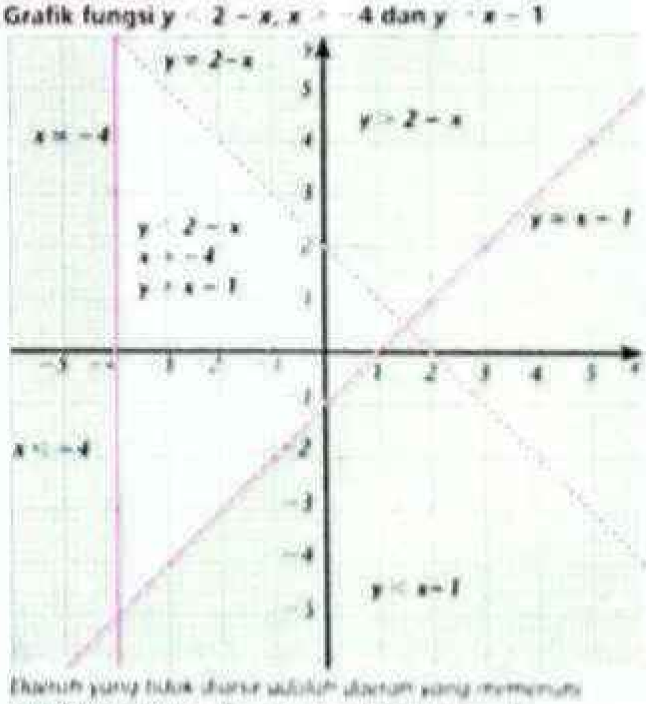
Carilah daerah yang ditentukan oleh pertidaksamaan $y \leq 2 - x$, $x \geq -4$ dan $y \geq x - 1$. Gunakan grafik untuk menemukan koordinat titik-titik yang memenuhi nilai $3x + y$ yang
a) terbesar
b) terkecil

Buatlah tabel nilai x dan y untuk persamaan $y = 2 - x$ dan $y = x - 1$, kemudian letakkan tiap-tiap kelompok koordinat pada grafik dan gambarlah garis lurus yang melaluinya. Arsirlah daerah yang tidak diperlukan.

x	−4	−2	0	2	4
$y = 2 - x$	6	4	2	0	−2

x	−3	−1	1	3	5
$y = x - 1$	−4	−2	0	2	4

Grafik fungsi $y \leq 2 - x$, $x \geq -4$ dan $y \geq x - 1$



Daerah yang tidak diarsir adalah daerah yang memenuhi pertidaksamaan $y \leq 2 - x$, $x \geq -4$ dan $y \geq x - 1$

Nilai x dan y pada daerah yang paling atas (puncak) merupakan nilai tertinggi atau terendah pada saat memenuhi pertidaksamaan. Untuk mencari nilai tertinggi dan terendah dari persamaan, substitusikan koordinat titik tiap-tiap puncak secara bergiliran kedalam persamaan, kemudian bandingkan jawabannya.

Pada $(-4, -5)$	$3x + y = -12 + (-5) = -17$
Pada $(-4, 6)$	$3x + y = -12 + 6 = -6$
Pada $(1{,}5;\ 0{,}5)$	$3x + y = 4{,}5 + 0{,}5 = 5$

a) Nilai $3x + y$ tertinggi pada $(1{,}5;\ 0{,}5)$
b) Nilai $3x + y$ terendah pada $(-4, -5)$

FUNGSI

Fungsi adalah aturan yang diterapkan pada suatu himpunan untuk menghasilkan himpunan yang lain. Setiap anggota pada himpunan pertama dipasangkan tepat satu pada anggota di himpunan kedua. Aturan-aturan seperti "kalikan dua" (gandakan), "kuadrat" dan "tambahkan 1" merupakan fungsi. Suatu fungsi dilambangkan dengan huruf *f*.

Hasil

Merupakan nilai yang diperoleh dari penggunaan fungsi pada nilai x. Hasil dinotasikan dengan $f(x)$, yang dibaca "*f* dari *x*". Sebagai contoh, $f(x) = x + 1$. Fungsi dapat digunakan pada sembarang nilai x, sehingga ketika $f(x) = x + 1$, maka $f(2) = 2 + 1 = 3$ dan $f(200) = 200 + 1 = 201$. Kumpulan hasil dinamakan ***range***, atau ***bayangan dari f*** dan merupakan himpunan bagian dari ***kodomain***.

Domain

Merupakan himpunan yang diaplikasikan pada fungsi.

Kodomain

Merupakan himpunan yang memuat ***hasil*** pengaplikasian fungsi. Seringkali himpunan ini berupa himpunan bilangan real.

Fungsi komposisi

Merupakan gabungan dari dua fungsi atau lebih. Ditulis $(f \circ g)(x)$ atau $f[g(x)]$ yang menyatakan bahwa kamu harus mengoperasikan fungsi *g* terlebih dahulu, kemudian fungsi *f*.

Contoh, jika $f(x) = x^2$ dan $g(x) = 3x - 1$,

$(f \circ g)(x) = f(3x - 1) = (3x - 1)^2$.

dan $(g \circ f)(x) = g(x^2) = 3x^2 - 1$

Invers fungsi

Merupakan satu atau serangkaian operasi yang membalikkan fungsi (merupakan kebalikan dari fungsi). Biasanya ditulis $f^{-1}(x)$.

Contoh, untuk mencari invers dari fungsi

$$f(x) = 3x + 5$$

1. Misal $y = f(x)$: $y = 3x + 5$
2. Tukarlah variabel x dan y: $x = 3y + 5$
3. Jadikan y sebagai subjek: $3y = x - 5$
   $y = \frac{x - 5}{3}$
4. Misal $y = f^{-1}(x)$: $f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{3}$

Peta atau pemetaan

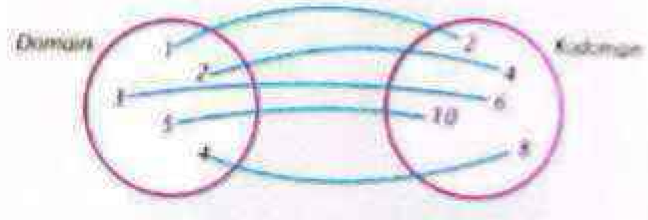
Nama lain dari fungsi. Notasi pemetaan berbeda dengan notasi fungsi, dan menggunakan lambang $\mapsto$, yang artinya "memetakan pada".
Contoh, pemetaan "$f(x) = 2x$" adalah "$f: x \mapsto 2x$".

Menggambarkan Fungsi

Terdapat beberapa cara untuk menggambarkan fungsi seperti notasi himpunan, garis bilangan, diagram alur ataupun grafik.

Notasi himpunan

Setiap anggota ***domain*** dipasangkan dengan satu anggota ***kodomain***.
Contoh, untuk $f(x) = 2x$



Garis bilangan

Garis bilangan di kiri menyatakan ***domain***, sedangkan di kanan menyatakan ***kodomain***.
Contoh, untuk $f(x) = x + 1$

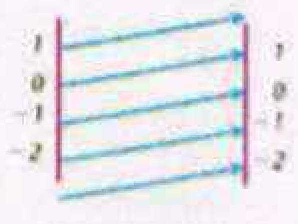
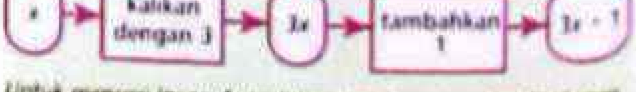


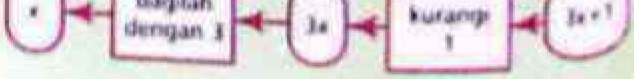
Diagram alur

Diagram yang memperlihatkan urutan operasi untuk menentukan nilai fungsi. Kerangka yang berbentuk lingkaran menunjukkan nilai awal dan nilai akhir dari tiap-tiap perhitungan, sedangkan kerangka berbentuk persegi panjang memuat fungsi.

Diagram alur ini menggambarkan fungsi $f(x) = 3x + 1$.



*Untuk mencari **invers fungsi**, bacalah diagram alur dari kanan ke kiri kemudian balikkan tiap-tiap operasinya. Contoh, fungsi $f(x) = 3x + 1$, memiliki invers $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{3}$.*

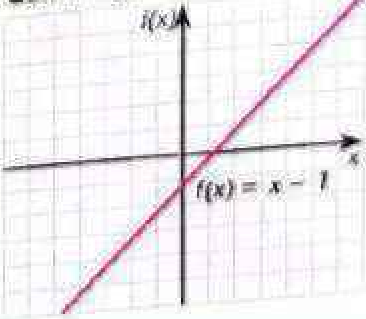


Fungsi dan Grafik

Fungsi dapat ditunjukkan menggunakan grafik dengan domain pada sumbu X dan range (daerah hasil) pada sumbu Y. Sumbu Y dapat dinamai "y" atau "$f(x)$" karena $y = f(x)$. Jika kamu memberi nama "y" pada sumbu Y, grafik harus diberi nama "$y = ...$" Di lain pihak, jika kamu memberi nama "$f(x)$" pada sumbu Y, grafik harus diberi nama "$f(x) = ...$" (perhatikan gambar di bawah).

Tiap-tiap fungsi yang digambarkan di bawah ini menunjukkan sifat grafik. Kamu dapat melihat contoh-contoh grafik pada halaman 64 dan 81-84.

Gambar grafik $f(x) = x - 1$



Fungsi linear
Merupakan fungsi yang berbentuk $f(x) = mx + c$ (dengan m tidak sama dengan 0). (Perhatikan grafik pada halaman 81-82).

Fungsi kuadrat
Merupakan fungsi yang berbentuk $f(x) = ax^2 + bx + c$ (dengan a, b, dan c adalah konstanta dan $a \neq 0$). (Perhatikan grafik pada halaman 82).

Fungsi kubik
Merupakan fungsi yang berbentuk $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (dengan a, b, c, dan d adalah konstanta dan $a \neq 0$). (Perhatikan grafik pada halaman 83).

Fungsi eksponensial
Merupakan fungsi yang berbentuk $f(x) = a^x$ (dengan a adalah konstanta). (Perhatikan grafik pada halaman 84).

Fungsi resiprok
Merupakan fungsi yang berbentuk $f(x) = \frac{a}{x}$ (dengan a adalah konstanta). (Perhatikan grafik pada halaman 84).

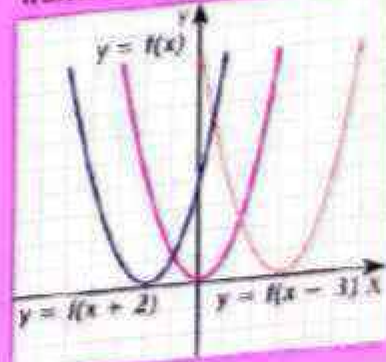
Fungsi lingkaran
Merupakan fungsi yang dapat ditulis dalam bentuk $f(x) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ dengan (a, b) adalah koordinat pusat lingkaran. Grafik pada halaman 84 merupakan contoh grafik sederhana berbentuk $x^2 + y^2 = r^2$, dengan jari-jari lingkaran r dan pusat $(0, 0)$.

Fungsi trigonometri
Merupakan fungsi yang berbentuk $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$ atau $f(x) = \tan x$. (Perhatikan grafik pada halaman 64).

Transformasi Grafik

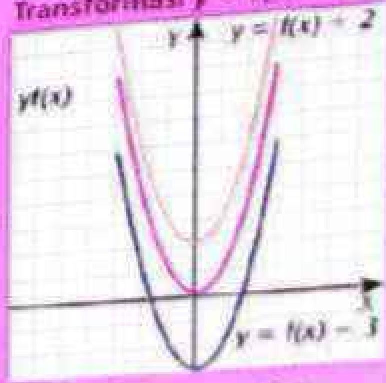
Suatu grafik fungsi akan bergeser jika grafik fungsi yang telah terbentuk digeser dengan mengubah fungsi. Contoh, jika kamu mengubah $f(x)$ dengan $-f(x)$, maka grafik akan direfleksikan (dicerminkan) pada sumbu X, dan jika kamu mengubah $f(x)$ dengan $f(-x)$, maka grafik akan dipantulkan pada sumbu Y. Di bawah ini terdapat empat contoh pergeseran grafik.

Transformasi $y = f(x + a)$



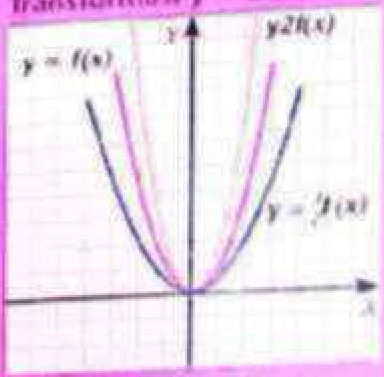
Transformasi $y = f(x + a)$ memindahkan grafik di sepanjang sumbu X. Jika $a > 0$, grafik akan bergeser ke kiri (arah negatif), dan jika $a < 0$, grafik akan bergeser ke kanan (arah positif).

Transformasi $y = f(x) + a$



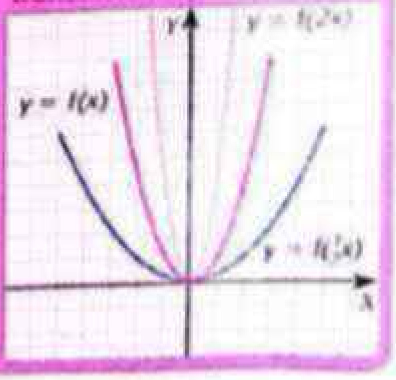
Transformasi $y = f(x) + a$ memindahkan grafik di sepanjang sumbu Y. Jika $a < 0$, akan bergeser ke bawah sumbu Y (arah negatif), dan jika $a > 0$, grafik akan bergeser ke atas sumbu Y (arah positif).

Transformasi $y = af(x)$



Transformasi $y = af(x)$ merenggangkan atau menyusutkan grafik di sepanjang sumbu Y dengan faktor skala a. Jika $a > 1$, grafik akan merenggang di sepanjang sumbu Y, dan jika $a < 1$, grafik akan menyusut di sepanjang sumbu Y.

Transformasi $y = f(ax)$



Transformasi $y = f(ax)$ menyusutkan atau merenggangkan grafik di sepanjang sumbu X dengan faktor skala $\frac{1}{a}$. Jika $a > 1$, grafik akan menyusut di sepanjang sumbu X. Dan jika $a < 1$, grafik akan merenggang di sepanjang sumbu X.

INFORMASI DARI GRAFIK

Oleh karena grafik merupakan gambaran hubungan antara dua kuantitas, grafik dapat pula digunakan untuk menemukan nilai pada sumbu *Y* yang berkorespondensi dengan sembarang nilai pada sumbu *X*, begitu pula sebaliknya. Sebagai tambahan, luas daerah di bawah grafik dan gradien grafik dapat memberikan informasi lebih lanjut tentang kuantitas yang mewakilinya.

Luas daerah di bawah grafik

Jika satuan pengukuran yang digunakan pada sumbu *X* dan sumbu *Y* diketahui, luas daerah di bawah grafik akan menghasilkan satuan pengukuran ketiga. Rumus untuk mencari luas daerah di bawah grafik, melibatkan perkalian jarak sepanjang sumbu. Oleh karena itu, luas daerah di bawah grafik dapat dinyatakan dengan aturan umum sebagai berikut.

Luas daerah di bawah grafik = **Jarak pada sumbu *X*** × **Jarak pada sumbu *Y***

Sebagai contoh, pada grafik ***kecepatan – waktu*** (grafik yang menunjukkan kecepatan terhadap waktu) seperti gambar di bawah ini, sumbu *Y* menunjukkan kecepatan (jarak dibagi waktu) dan sumbu *X* menunjukkan waktu.

Jika besaran-besaran tersebut disubstitusikan ke dalam rumus umum untuk luas daerah di bawah grafik, rumus tersebut dapat ditulis kembali seperti berikut:

Luas daerah di bawah grafik = waktu × $\frac{\text{jarak}}{\text{waktu}}$

Luas daerah di bawah grafik = jarak

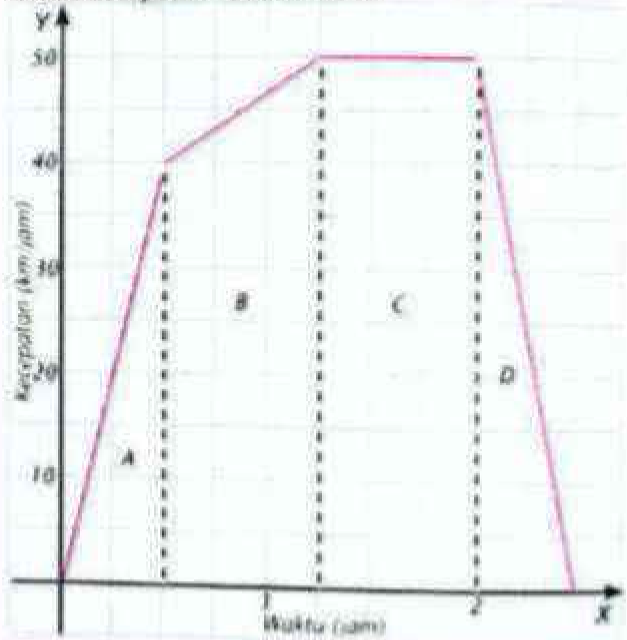
Jadi, luas daerah di bawah grafik kecepatan – waktu menghasilkan nilai jarak tempuh.

Kamu dapat menggunakan metode ini untuk menemukan arti dari luas daerah di bawah grafik yang menunjukkan kuantitas-kuantitas lain. Sebagai contoh, jika sumbu *X* mewakili massa jenis (massa dibagi volume) dan sumbu *Y* mewakili volume maka luas daerah di bawah grafik akan menghasilkan nilai massa.

Untuk mencari luas daerah grafik lurus

Gunakan rumus yang sesuai dengan bentuk daerah yang harus dihitung. Sebagai contoh, grafik di bawah ini memperlihatkan kecepatan sebuah mobil pada suatu perjalanan. Berapakah jarak total yang ditempuh mobil tersebut?

Grafik kecepatan sebuah mobil



Bagilah daerah tersebut menjadi beberapa bagian dan carilah luas tiap-tiap bagian.

Luas daerah segitiga A:

$\frac{1}{2}$ × alas × tinggi = $\frac{1}{2}$ × 0,5 × 40 = 10

Luas daerah trapesium B:

$\frac{1}{2}$ × (jumlah sisi-sisi sejajar) × jarak kedua sisi

= $\frac{1}{2}$ × (40 + 50) × 0,75 = $\frac{1}{2}$ × 90 × 0,75

= 33,75 km

Luas daerah persegi panjang C:

panjang × lebar = 0,75 × 50 = 37,5 km

Luas daerah segitiga D:

$\frac{1}{2}$ × alas × tinggi = $\frac{1}{2}$ × 0,5 × 50 = 12,5 km

Total = 10 + 33,75 + 37,5 + 12,5 = 93,75 km

Dengan demikian jarak tempuh total mobil itu adalah 93,75 km.

Percepatan 73; Luas 55; Busur 65; Massa Jenis 59; Perpindahan 41; Formula 75; Gradien 80; Horizontal 30; Massa 72; Substitusi 77; Penjumlahan 14; Tangen 71; Trapesium 39; Kecepatan 73; Vertikal 30; Volume 58; Sumbu Koordinat 31

Untuk menghitung luas daerah di bawah grafik berbentuk kurva
Bagilah daerah di bawah kurva menjadi beberapa potongan vertikal, dengan jarak yang sama, kemudian gambarlah tali busur melintasi setiap puncak potongan vertikal untuk membentuk deretan trapesium. Jumlah daerah-daerah trapesium tersebut akan menghasilkan nilai yang mendekati luas daerah di bawah kurva. Metode ini dinamakan ***aturan trapesium***. Trapesium yang lebih kecil merupakan pendekatan yang lebih baik.

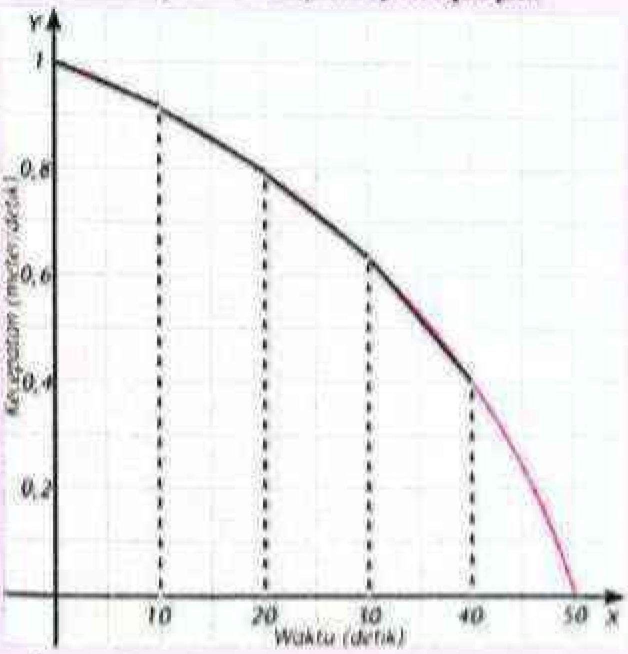
Jika trapesium-trapesium tersebut memiliki lebar yang sama, kamu dapat menemukan gabungan daerah-daerah itu menggunakan rumus berikut:

Luas daerah $= \frac{1}{2} \times w \times$ (sisi pertama + sisi terakhir + 2(jumlah sisanya))

dengan w adalah jarak antara sisi-sisi trapesium, "sisi pertama" adalah tinggi sisi kiri trapesium, "sisi terakhir" adalah tinggi sisi kanan trapesium, sedangkan "sisanya" adalah sisi-sisi trapesium di antara "sisi pertama" dan "sisi terakhir".

Sebagai contoh, grafik kecepatan-waktu di bawah ini memperlihatkan gerakan penunjuk jam. Berapakah jarak yang ditempuh penunjuk jam selama 40 detik?

Grafik menunjukkan kecepatan penunjuk jam



$\frac{1}{2} \times 10 \times (1 + 0{,}4 + (2 \times (0{,}92 + 0{,}8 + 0{,}64)))$
$= 5 \times (1{,}4 + 4{,}72)$
$= 5 \times 6{,}12 = 30{,}6$ m

Jadi, penunjuk jam menempuh jarak 30,6 m selama 40 detik.

Jika daerah di bawah grafik dibagi menjadi dua trapesium dengan lebar yang berbeda, hitunglah luas daerah tiap trapesium, kemudian jumlahkan keduanya.

Gradien dan Garis Tangen

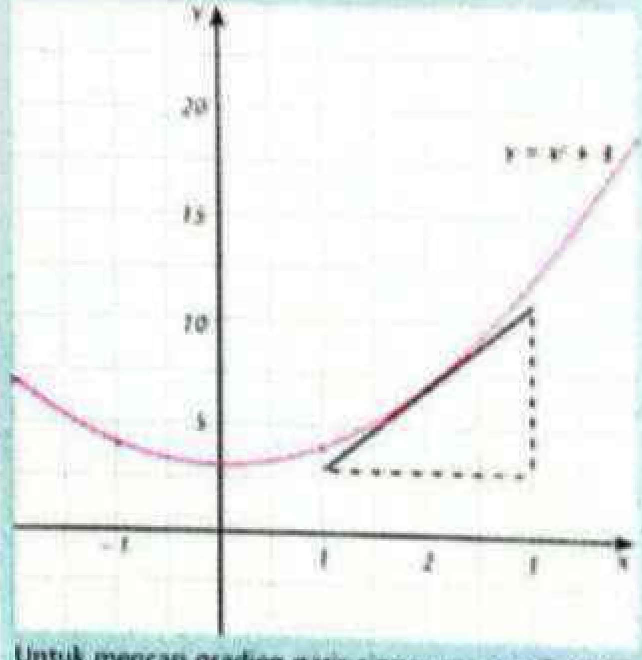
Mencari gradien grafik melibatkan pembagian jarak sepanjang sumbu Y dengan jarak sepanjang sumbu X. Hasilnya, gradien grafik dapat memberi informasi lebih lanjut tentang keterkaitan antara beberapa besaran yang digambarkan dalam grafik. Tabel berikut menunjukkan beberapa contoh informasi yang dapat diberikan oleh gradien.

Besaran y	Besaran x	Gradien menunjukkan
Perpindahan	Waktu	Kecepatan
Kecepatan	Waktu	Percepatan
Massa	Volume	Massa jenis (kepadatan)

Gradien garis lurus dapat dicari dengan membagi jarak vertikal antara dua titik pada garis dengan jarak horizontal antara dua titik (lihat halaman 80). Gradien kurva bermacam-macam dan hanya dapat dicari dari sebuah titik yang diketahui. Hal ini dilakukan dengan cara menggambar garis singgung pada titik tersebut dan mencari gradien garis tersebut.

Sebagai contoh, untuk mencari gradien di titik $x = 2$ dari kurva $y = x^2 + 3$, gambarlah garis singgung pada kurva di titik $x = 2$. Untuk menggambar garis singgung, letakkan mistar pada $x = 2$ kemudian miringkan hingga sudut-sudut di antara kurva dan mistar pada tiap sisi dari titik tersebut terlihat sama, lalu gambarlah sebuah garis.

Grafik fungsi $y = x^2 + 3$



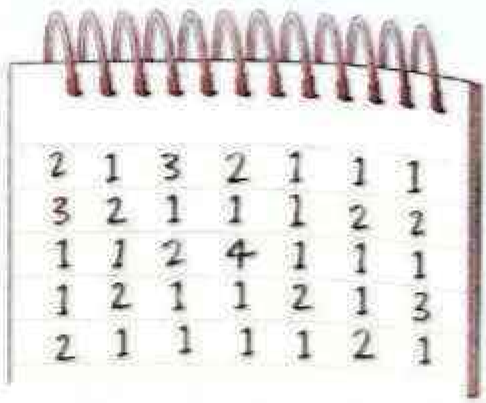
Untuk mencari gradien garis singgung, gunakanlah:

$$\frac{\text{satuan sepanjang sumbu } Y}{\text{satuan sepanjang sumbu } X} = \frac{8}{2} = 4$$

Jadi, gradien grafik $y = x^2 + 3$ pada titik $x = 2$ adalah 4.

DATA

Data merupakan bentuk jamak dari informasi, dengan kata lain data adalah kumpulan informasi. (bentuk tunggal disebut ***datum***: tetapi istilah ini jarang digunakan) Cabang dari matematika yang berhubungan dengan pengumpulan, penyusunan, penginterpretasian, penggambaran serta analisis data dalam jumlah besar disebut ***statistika***.



Data ini menunjukkan jumlah orang dalam tiap mobil yang melewati gerbang sekolah antara jam 10.00 – 10.15 pagi dalam satu hari. Data ini masih mentah atau belum dikelompokkan.

Jenis-Jenis Data

Data kuantitatif
Merupakan informasi tentang kuantitas yang dapat diukur menggunakan bilangan. Contohnya adalah data hasil pengukuran seperti panjang, massa, dan kecepatan.

Data kualitatif atau data yang bersifat kategori
Merupakan informasi mengenai kualitas yang tidak dapat diukur menggunakan bilangan. Contohnya adalah warna, bau, rasa, dan bentuk.

Data diskrit
Merupakan informasi yang hanya dapat dinyatakan dengan nilai yang spesifik, seperti dalam keseluruhan atau separuh bilangan. Sejumlah orang dalam suatu kumpulan adalah salah satu contoh data diskrit karena orang-orang tersebut hanya dapat dihitung dalam keseluruhan bilangan. Dengan kata lain, data diskrit adalah data yang yang diperoleh dari hasil menghitung.

Data kontinu
Merupakan informasi yang dinyatakan dengan sembarang nilai dalam rentang yang telah diketahui. Tinggi badan siswa di suatu sekolah merupakan contoh data kontinu karena skala ukuran akan memiliki nilai untuk sembarang titik di antara keseluruhan bilangan. Temperatur dan waktu juga merupakan contoh data kontinu. Dengan kata lain, data kontinu adalah data yang diperoleh dari hasil mengukur.

Data ordinal (data urutan)
Merupakan informasi yang dapat ditempatkan dalam urutan bilangan, contohnya: tinggi badan, umur atau penghasilan dari 100 orang.

Data nominal
Merupakan informasi yang tidak dapat ditempatkan dalam urutan bilangan, contohnya: nama, jenis kelamin atau tempat lahir dari 100 orang.

Data primer
Merupakan informasi yang dikelompokkan secara langsung melalui survei, penyelidikan ataupun percobaan. Sebagai contoh, mengajukan pertanyaan pada sekumpulan orang dan mencatat temperatur harian selama satu periode waktu merupakan cara pengumpulan data primer. Data primer yang belum disusun atau dianalisis dinamakan ***data mentah***.

Data sekunder
Merupakan informasi yang telah dikumpulkan dan dikelompokkan, contohnya, informasi yang diterbitkan oleh lembaga riset pemasaran. Pada saat ***data primer*** telah diproses, data tersebut akan menjadi data sekunder.

Jumlah penumpang	1	2	3	4
Jumlah mobil	21	10	3	1

Tabel tersebut memperlihatkan jumlah penumpang dalam tiap mobil yang melintasi gerbang sekolah antara pukul 10.00 sampai 10.15 pagi dalam satu hari. Data tersebut merupakan data sekunder atau telah dikelompokkan dan kamu dapat menarik kesimpulan dengan mudah. Contohnya, sebagian besar mobil hanya memuat satu orang penumpang.

Distribusi atau penyebaran (dari sekumpulan data)
Umumnya distribusi digambarkan dalam tabel yang memperlihatkan beberapa jenis data yang ada.

Mata dadu	1	2	3	4	5	6
Banyak lemparan	11	8	13	9	8	11

Tabel di atas merupakan distribusi hasil dari pelemparan sebuah dadu sebanyak 60 kali.

Frekuensi
Merupakan banyaknya kejadian atau nilai yang dihasilkan dalam suatu distribusi. Contoh, dalam distribusi 12 9 11 12 5 12, frekuensi angka 12 adalah 3.

Data 99; Panjang, Massa 72; Populasi, Sampel 98; Kelanjutan 71

Pengumpulan Data

Ada bermacam-macam cara (metode) untuk mengumpulkan informasi. Metode yang kamu pilih akan bergantung pada subjek yang kamu teliti. Apapun metode yang kamu gunakan, sangatlah penting untuk mengetahui bias data, serta merencanakan cara mengurangi atau menghindarinya.

Bias
Hal yang memengaruhi kebenaran hasil. Contoh, jika kamu bertanya pada 1.000 orang dari suatu kota tentang kota yang memiliki tim sepak bola terbaik, jawabannya akan bias karena kamu menanyakan tim dari kota mereka.

Pengamatan
Merupakan salah satu metode pengumpulan data dengan cara melihat, menghitung, mengukur dan mencatat hasil menggunakan sebuah alat perekam, atau dengan cara menuliskan informasi pada lembaran pengamatan (lembaran observasi). Pada ***pengamatan sistematis***, pengamat tidak terlibat dalam kegiatan ataupun peristiwa yang sedang diamati. Sedangkan dalam ***pengamatan partisipatoris***, pengamat terlibat secara aktif dalam kegiatan yang sedang diamati.

Survei
Merupakan metode pengumpulan informasi dari sampel yang berasal dari suatu populasi untuk menarik suatu kesimpulan tentang keseluruhan populasi. Survei seringkali berbentuk ***wawancara*** atau ***penyebaran angket*** (kuesioner).

Survei pendahuluan
Survei yang dilakukan oleh beberapa orang untuk menemukan berbagai permasalahan dengan cara mengajukan beberapa pertanyaan atau metode, sebelum melakukan survei dalam skala yang lebih luas.

Sensus
Merupakan perhitungan langsung, terhadap suatu populasi, termasuk informasi tentang jenis kelamin, usia, dan pekerjaan.

Wawancara
Merupakan metode pengumpulan data dengan cara bertanya langsung pada orang-orang, baik secara perorangan ataupun kelompok. Dalam wawancara formal, pertanyaan-pertanyaan yang diajukan mengikuti format tertentu. Di lain pihak, dalam wawancara tidak formal, pertanyaan-pertanyaan yang diajukan bersifat lebih umum dan lebih mengarah pada diskusi yang terstruktur tentang suatu subjek.

Kuesioner
Kumpulan pertanyaan yang diberikan pada sejumlah orang dengan tujuan untuk mengumpulkan informasi mengenai subjek yang lebih spesifik. Kuesioner dapat digunakan untuk mengumpulkan ***data kualitatif*** ataupun ***data kuantitatif***. Pertanyaan yang baik adalah pertanyaan yang sederhana, tepat, dan tidak bias (sebaiknya tidak mengarah pada jawaban yang bersifat khusus).

Kuesioner membantu dalam membatasi rentang jawaban. Hal ini membuat penguna metode ini lebih mudah dalam menganalisis informasi serta membuat perbandingan. Sebagai contoh, kamu dapat bertanya tentang suatu opini dengan cara berikut:

Siswa sebaiknya diwajibkan memakai seragam sekolah.
Setuju ❑ Tidak setuju ❑ Ragu-ragu ❑

Kuesioner di bawah merupakan bagian dari survei penjualan es krim. Kuesioner tersebut memberikan informasi mengenai es krim yang disukai serta yang tidak disukai oleh orang-orang.

Kuesioner perusahaan es krim
"DAIRY FROSTY"

Pertanyaan-pertanyaan berikut berhubungan dengan es krim "DAIRY FROSTY" berukuran mini yang kamu beli tahun lalu. Hitamkan kotak yang terletak di bawah pertanyaan berikut.

1. Apakah kamu memakan es krim "DAIRY FROSTY" mini?
   Ya ❑ Tidak ❑
2. Es krim "DAIRY FROSTY" mini rasa apa yang paling kamu sukai?
   Stroberi ❑ Cokelat ❑ Vanila ❑
3. Berapa banyak es krim "DAIRY FROSTY" mini yang kamu beli setiap bulan?
   1–5 ❑ 6–10 ❑ 11–15 ❑ Lebih dari 15 ❑
4. Berapakah usiamu?
   di bawah 18 tahun ❑ 18–30 tahun ❑
   31–40 tahun ❑ 41–50 tahun ❑
   51–60 tahun ❑ lebih dari 60 tahun ❑
5. Sebaiknya disediakan sebuah sendok dalam setiap es krim mini.
   Setuju ❑ Tidak setuju ❑ Ragu-ragu ❑

Terima kasih karena telah menyempatkan waktu untuk mengisi kuesioner ini. Kirimkanlah kuesioner ini ke Dairy Frosty dalam amplop prabayar yang telah disediakan.

Pencatatan data
Merupakan metode yang menggunakan komputer untuk mengukur dan mencatat berbagai perubahan kondisi, seperti temperatur suatu ruangan. Data dikumpulkan dengan cara memberikan sensor pada komputer. Sensor tersebut mengukur kuantitas fisik seperti temperatur atau sinar kemudian mengirimkan data pada komputer. ***Perangkat lunak pencatatan data*** digunakan untuk merekam (mencatat) informasi dalam suatu catatan data (*data log*). Perangkat lunak ini dapat pula digunakan untuk menganalisis dan menampilkan data.

Pengambilan Sampel

Sampel merupakan bagian yang mewakili keseluruhan kumpulan. Kegiatan survei seringkali memakan biaya yang sangat mahal atau menghabiskan waktu untuk mewawancarai setiap anggota dari suatu kumpulan. Dalam situasi seperti inilah, sampel dapat diambil. Sampel yang diambil harus dapat mewakili (representatif) keseluruhan kumpulan dan tidak bias. Pengambilan sampel dinamakan ***sampling***.

Populasi
Populasi merupakan keseluruhan kumpulan yang diwakili sampel. Sebagai contoh, jika sampelnya adalah 100 anak laki-laki berusia 5-10 tahun, populasinya adalah seluruh anak laki-laki berusia 5-10 tahun.

Convenience sampling (sampel yang dipilih dengan pertimbangan kemudahan)
Adalah pengambilan sampel yang mudah dilakukan, seperti pendataan terhadap keluarga atau teman.

Simple Random Sampling (Sampel Acak Sederhana)
Merupakan pemilihan sampel dengan setiap anggota **populasi** memiliki peluang yang sama untuk dipilih. Ada beberapa cara untuk melakukannya, dari menamai sebuah topi untuk menandai setiap anggota populasi, serta menggunakan komputer, kalkulator atau grafik untuk menghasilkan bilangan-bilangan acak.

Pengambilan sampel acak berdasarkan pada pemikiran bahwa anggota-anggota populasi adalah **homogen**. Tetapi pada kenyataannya hal ini tidak selalu benar, sehingga hasil dari sampel acak yang berukuran kecil kurang akurat dibandingkan sampel yang berukuran lebih besar.

Systematic Sampling (Sample Sistematik)
Menggunakan suatu sistem khusus dalam pemilihan sampel. Sebagai contoh, suatu populasi dapat dipilih berdasarkan usia dan diambil 10 orang sebagai sampel. Metode ini lebih teratur jika dibandingkan ***sampel acak***.

Quota Sampling (Sampel Kuota)
Pemilihan sampel yang memuat sejumlah anggota yang spesifik dari berbagai kumpulan dalam suatu ***populasi***. Kumpulan ini dikumpulkan sebelum pengambilan sampel. Sebagai contoh, suatu kuota dapat memuat 50 orang pria dan 50 orang wanita, serta harus separuh dari anggota tiap kumpulan harus yang memakai kacamata.

Statified Sampling (Sampel Berstrata)
Merupakan penyeleksian dengan cara membagi populasi ke dalam beberapa kelompok (disebut ***strata*** atau ***tingkatan***) menurut karakteristik tertentu, seperti jenis kelamin, dan mengambil ***sampel acak*** atau ***sampel sistematis*** dari tiap-tiap kelompok. Sampel berdasarkan tingkatan dapat mewakili populasi dengan lebih baik jika jumlah sampel yang dipilih dari tiap kelompok memiliki proporsi yang sama seperti proporsi kelompok tersebut terhadap populasi sebagai keseluruhan.

Sebagai contoh, untuk memilih sampel berdasarkan tingkatan dari 50 orang siswa dalam tiga kelompok tahun yang memuat 126, 105, dan 119 orang, menggunakan rumus:

$$\textit{Jumlah tiap-tiap tingkatan} = \frac{\textit{tingkatan}}{\textit{populasi}} \times \textit{sampel total}$$

Pada contoh tersebut, populasinya adalah jumlah seluruh siswa kelas 3.

Jumlah anggota populasi
$= (126 + 105 + 119) = 350$

$$\text{Kelompok tahun ke-1} = \frac{126}{350} \times 50 = 18$$

$$\text{Kelompok tahun ke-2} = \frac{105}{350} \times 50 = 15$$

$$\text{Kelompok tahun ke-3} = \frac{119}{350} \times 50 = 17$$

Dengan demikian sampel berdasarkan tingkatan memuat 18 siswa kelompok tahun ke-1, 15 siswa kelompok tahun ke-2, dan 17 siswa kelompok tahun ke-3.

Multi-Stage Sampling (Sampel Bertingkat)
Suatu metode pemilihan sampel dari sampel yang lain. Sebagai contoh, jika diambil sampel dari pria yang berusia lebih dari 50 tahun, wanita yang berusia lebih dari 50 tahun dapat pula diambil sebagai sampel dari kelompok ini.

Cluster Sampling (Sampel Klaster)
Pembagian populasi ke dalam beberapa kelompok yang disebut klaster dan melakukan penyeleksian terhadap beberapa klaster termasuk tiap anggota dari ***klaster*** yang dipilih dalam sampel. Sebagai contoh, beberapa sekolah dapat membentuk sebuah klaster dan tiap anggota dari sekolah yang terpilih akan termasuk dalam sampel.

Kesalahan dalam Pengambilan Sampel
Merupakan perbedaan antara data yang dikumpulkan dari sebuah sampel dan data dari keseluruhan ***populasi***. Sebagai contoh, survei lokal dari orang-orang yang sedang berbelanja mungkin dapat menunjukkan bahwa makanan kucing merk tertentu sangat terkenal, tetapi hasil penjualan nasional itu menunjukkan bahwa ada makanan kucing merek lain yang lebih terkenal.

Rata-rata 100, **Diagram Batang** 106, **Proporsi** 23, **Himpunan** 12, **Survei** 97

Pencatatan Data

Daftar data
Suatu metode pencatatan data dengan cara menuliskan tiap-tiap data yang yang diperoleh (lihat contoh pada halaman 96). Informasi yang termuat dalam daftar data memerlukan penyortiran terlebih dahulu sebelum pembuatan kesimpulan.

Daftar turus
Suatu metode pencatatan data menggunakan coretan yang dinamakan *turus*, untuk mewakili tiap-tiap data yang dihitung. Setiap kelompok terdiri atas lima turus yang disusun seperti 卌 (atau ▢), sehingga lebih mudah menghitungnya.

Tabel frekuensi
Tabel yang menunjukkan banyaknya waktu dari suatu peristiwa atau nilai yang terjadi (frekuensi). Daftar lengkap mengenai frekuensi dinamakan ***distribusi frekuensi***.

Tabel frekuensi berikut ini menunjukkan penjualan es krim dalam satu jam. Distribusi frekuensi telah dilengkapi dengan turus.

Es krim	Turus	Frekuensi
Vanila	卌 ||	7
Cokelat	卌 |||	8
Stroberi	卌 卌	10

Tabel frekuensi kumulatif
Merupakan tabel yang menunjukkan total berjalannya waktu dari suatu peristiwa atau nilai yang terjadi. Ini dinamakan ***frekuensi kumulatif***.

Lama Perjalanan (menit)	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif
1–10	7	7
11–20	8	7 + 8 = 15
21–30	10	15 + 10 = 25

Frekuensi kumulatif total harus sama dengan ukuran sampel.

Tabel dua arah
Merupakan tabel dengan tiap-tiap baris dan kolomnya digabungkan dengan kategori khusus.

Tabel dua-cara berikut ini menunjukkan jenis olahraga yang lebih disukai anak-anak laki-laki dan perempuan dalam sebuah kelas.

	Sepak bola	Berenang	Tenis
Anak laki-laki	8	5	3
Anak perempuan	4	6	5

Basis data komputer
Program komputer yang dapat menyimpan dan menyortir data dalam jumlah besar. Beberapa basis data dapat pula membuat diagram, seperti potongan tabel atau grafik, untuk menggambarkan data serta menghitung statistik seperti nilai rata-rata.

Pengelompokkan Data

Tabel Distribusi Frekuensi Berkelompok
Merupakan tabel yang menunjukkan jumlah kejadian atau nilai yang terjadi (***frekuensi berkelompok***). Daftar lengkap dari frekuensi berkelompok dinamakan ***distribusi frekuensi berkelompok***.

Tabel berikut ini menunjukkan jarak lokasi kantor sekelompok karyawan terhadap tempat tinggal mereka. Dari distribusi frekuensi berkelompok

Jarak (mil)	Turus	Frekuensi
di bawah 5	卌 |	6
6–10	||	2
11–20	卌 ||||	9
21–30	|	1
lebih dari 30	||	2

kamu dapat melihat karyawan terbanyak dalam sampel (9 dari 20) tinggal pada jarak 11 – 20 mil dari kantor.

Interval kelas
Merupakan kelompok atau kategori dalam ***tabel distribusi frekuensi berkelompok***. Contoh, interval kelas pertama pada tabel di atas adalah "di bawah 5 mil". Nilai yang lebih rendah dan lebih tinggi dari interval kelas dinamakan ***batas kelas***. Contoh, batas bawah interval kelas 6–10 adalah 6 dan batas atas interval kelasnya adalah 10.

Tepi kelas
Merupakan batas antara dua **interval kelas**. Untuk mencari tepi kelas, tambahkan batas atas salah satu interval kelas pada batas bawah kelas dari interval kelas berikutnya, kemudian bagi dua hasilnya. Sebagai contoh, tepi kelas antara interval kelas 11 – 20 dan 21 – 30 adalah 20,5 (berasal dari (20+21):2). ***Tepi atas kelas*** membagi interval kelas dari interval kelas yang terletak di bawahnya, sedangkan ***tepi bawah kelas*** membagi interval kelas dari interval kelas yang terletak di atasnya.

Lebar kelas, panjang kelas atau ukuran kelas
Merupakan selisih antara ***tepi atas kelas*** dan ***tepi bawah kelas*** dari suatu **interval kelas**. Sebagai contoh, lebar kelas dari interval kelas 21–30 adalah 10 (berasal dari 30,5 – 20,5).

Nilai tengah interval atau titik tengah
Merupakan nilai tengah dari suatu interval kelas. Untuk mencari nilai tengah interval, tambahkan batas bawah dan batas atas kelas atau tepi kelas, kemudian bagilah dengan 2. Sebagai contoh, nilai tengah interval dari suatu interval kelas 11–20 adalah 15,5 dihitung dari batas kelas (11 + 20) ÷ 2 atau tepi kelas (10,5 + 20,5) ÷ 2.

UKURAN PEMUSATAN DATA

Ukuran pemusatan adalah nilai tunggal yang digunakan untuk mewakili suatu kumpulan data. Terkadang nilai rata-rata dinamakan ***ukuran pemusatan***. Terdapat tiga jenis ukuran pemusatan data, yakni ***modus***, ***median***, dan ***mean*** (rata-rata).

Modus
Adalah nilai yang paling sering muncul dalam suatu data. Contoh, distribusi waktu dalam satuan menit yang dibutuhkan 10 orang untuk menyelesaikan tes adalah:

30 31 32 32 35 36 36 36 37 40

Oleh karena nilai 36 yang paling sering muncul dalam distribusi tersebut maka modusnya adalah 36.

Bimodal
Merupakan bimodal data yang memiliki dua modus. Sebagai contoh, dalam distribusi berikut nilai 32 dan 36 sama-sama muncul dua kali:

30 31 32 32 35 36 36 39

Ini berarti bahwa 32 dan 36 adalah modus.

Data yang memiliki tiga modus atau lebih dinamakan ***data multimodal***.

Modus dari distribusi frekuensi
Untuk mencari modus dari distribusi frekuensi, carilah nilai yang memiliki frekuensi tertinggi (terbanyak).

Ukuran kaos kaki	Frekuensi
Kecil	98
Sedang	429
Besar	342
Sangat besar	131

Tabel di samping menunjukkan frekuensi ukuran kaos kaki yang dibeli di sebuah toko dalam satu bulan. Kamu dapat melihat dari kolom frekuensi bahwa kategori yang memiliki frekuensi tertinggi (429) adalah ukuran sedang, sehingga modus dari distribusi tersebut adalah ukuran sedang.

Kelompok modus atau kelas modus
Merupakan interval kelas dari suatu distribusi frekuensi berkelompok yang paling sering terjadi.

Waktu (menit)	Frekuensi
1–5	10
6–10	25
11–15	10
16–20	5

Tabel di samping menunjukkan lama waktu 50 orang penumpang untuk menunggu bus dalam satu hari. Kelompok modusnya adalah 6–10 menit karena memiliki frekuensi tertinggi.

Median (nilai tengah)
Adalah nilai tengah dari suatu data yang disusun dalam suatu urutan. Untuk mencari letak median (nilai tengah), gunakan rumus:

$$\text{median} = \tfrac{1}{2}(n + 1)$$

dengan n adalah jumlah nilai.

Contoh, cara untuk mencari median dari data berikut ini adalah:

4 3 1 8 5 2 1 6 12

1. Susunlah distribusi dalam suatu urutan:
   1 1 2 3 4 5 6 8 12
2. Hitunglah posisi median dengan menggunakan rumus: median $= \tfrac{1}{2}(n + 1)$
   $= \tfrac{1}{2}(9 + 1) = \tfrac{1}{2} \times 10 = 5$
3. Carilah nilai yang memenuhi posisi median, dalam kasus ini nilai yang terletak di urutan ke-5 adalah:
   1 1 2 3 4 5 6 8 12
   Median dari distribusi ini adalah 4.

Tetapi jika dalam posisi median terdapat dua buah bilangan, maka posisi mediannya adalah setengah dari jumlah dua nilai tersebut.

1 1 2 3 4 5 5 6 8 12

Untuk mencari mediannya, jumlahkan kedua nilai tengah kemudian bagilah dengan 2:

$$\text{median} = \frac{4 + 5}{2} = 4{,}5$$

Dengan demikian, median dari data tersebut adalah 4,5.

Median dari distribusi frekuensi
Untuk mencari median dari suatu distribusi frekuensi, pertama-tama hitunglah frekuensi kumulatif dari distribusi. Setelah itu, hitunglah posisi mediannya dan carilah nilai yang memenuhi posisi tersebut.

Jika posisi mediannya adalah 0,5 lebih dari frekuensi kumulatifnya, tambahkan nilai yang bersesuaian dengan nilai yang terletak di atasnya, kemudian bagilah dengan 2. Pada contoh di bawah ini, posisi mediannya 25,5 (berasal dari (50 + 1) ÷ 2). Oleh karena nilai mediannya 25,5 lebih 0,5 dari frekuensi kumulatifnya (yaitu 25), nilai mediannya adalah 7,5 (berasal dari (7 + 8) ÷ 2).

Nilai	Frekuensi	Frekuensi Kumulatif
6	12	12
7	13	12 + 13 = 25
8	14	25 + 14 = 39
9	11	39 + 11 = 50

Median dari distribusi frekuensi berkelompok
Untuk mencari median dari distribusi frekuensi berkelompok, carilah nilai pada posisi median dari diagram frekuensi kumulatif (lihat halaman 109).

Mean atau rata-rata hitung dari suatu distribusi
Merupakan ukuran umum data. Untuk mencari *mean*, gunakan aturan berikut:

$$\textit{Mean} = \frac{\Sigma \text{ nilai}}{\text{banyaknya nilai}}$$

dengan huruf yunani Σ (dibaca sigma) mengandung arti "total dari" atau "jumlah dari".

Sebagai contoh, untuk mencari *mean* dari distribusi berikut adalah:

0 5 7 6 2 10

gunakanlah $\frac{(0 + 5 + 7 + 6 + 2 + 10)}{6} = \frac{30}{6} = 5$

Jadi, *mean* dari distribusi tersebut adalah 5.

Aturan (rumus) untuk mencari *mean* dapat ditulis:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

dengan $\bar{x}$ adalah mean, x adalah jumlah keseluruhan nilai dan n merupakan banyaknya nilai.

Mean dari distribusi frekuensi
Untuk mencari mean dari suatu distribusi frekuensi, carilah jumlah nilai dengan cara mengalikan tiap nilai (x) dengan frekuensinya (f), kemudian jumlahkan hasilnya. Setelah itu, carilah *mean* dengan menggunakan:

$$\textit{Mean} = \frac{\Sigma \text{ nilai}}{\text{Jumlah frekuensi}}$$

Sebagai contoh, tabel distribusi frekuensi di bawah ini menunjukkan banyaknya buku yang telah dibaca oleh sekelompok siswa dalam satu bulan. Untuk mencari *mean* dari distribusi tersebut, pertama-tama carilah jumlah nilainya, seperti yang digambarkan di atas.

Banyaknya buku (x)	Frekuensi (f)	Frekuensi × nilai (fx)
0	1	$1 \times 0 = 0$
1	2	$2 \times 1 = 2$
2	0	$0 \times 2 = 0$
3	1	$1 \times 3 = 3$
4	1	$1 \times 4 = 4$
5	2	$2 \times 5 = 10$
6	0	$0 \times 6 = 0$
7	1	$1 \times 7 = 7$
	$\Sigma f = 8$	$\Sigma fx = 26$

Kemudian hitunglah *mean* menggunakan:

$$\textit{Mean} = \frac{\Sigma \text{ nilai}}{\text{Jumlah frekuensi}} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{26}{8} = 3{,}25$$

Dengan demikian *mean* dari distribusi frekuensi tersebut adalah 3,25 buku. Nilai *mean* tidaklah harus berbentuk bilangan bulat, bahkan dari data yang bersifat diskrit.

Mean dari distribusi frekuensi berkelompok
Untuk mencari *mean* dari distribusi frekuensi berkelompok, carilah nilai interval tengahnya (x) untuk tiap-tiap interval kelas dan kalikanlah dengan frekuensinya (f). Kemudian tambahkan hasilnya untuk mencari jumlah total nilai dan *mean* dengan menggunakan:

$$\textit{Mean} = \frac{\Sigma \text{ nilai}}{\text{Jumlah frekuensi}}$$

Metode ini dapat digunakan untuk mencari *mean* dari data diskrit ataupun kontinu. Seperti halnya nilai-nilai dalam distribusi frekuensi berkelompok yang belum diketahui, *mean* dihitung dengan menggunakan nilai interval tengah yang juga menghasilkan nilai rata-rata. Untuk alasan ini, *mean* dari distribusi frekuensi berkelompok hanya berupa perkiraan.

Sebagai contoh, tabel distribusi frekuensi berkelompok di bawah ini memperlihatkan skor yang diperoleh 60 peserta dalam kuis pengetahuan umum.

Poin yang di peroleh	Nilai tengah interval (x)	Frekuensi (f)	Nilai tengah interval × frekuensi (fx)
0–10	5,0	1	$5{,}0 \times 1 = 5{,}0$
11–20	15,5	2	$15{,}5 \times 2 = 31$
21–30	25,5	4	$25{,}5 \times 4 = 102$
31–40	35,5	3	$35{,}5 \times 3 = 106{,}5$
41–50	45,5	9	$45{,}5 \times 9 = 409{,}5$
51–60	55,5	14	$55{,}5 \times 14 = 777$
61–70	65,5	12	$65{,}5 \times 12 = 786$
71–80	75,5	9	$75{,}5 \times 9 = 679{,}5$
81–90	85,5	5	$85{,}5 \times 5 = 427{,}5$
91–100	95,5	1	$95{,}5 \times 1 = 95{,}5$
		$\Sigma f = 60$	$\Sigma fx = 3419{,}5$

Untuk menghitung perkiraan dari *mean* dari skor dalam kuis, gunakanlah:

$$\begin{aligned}\textit{Mean} &= \frac{\Sigma \text{ nilai}}{\text{Jumlah frekuensi}}\\ &= \frac{3419{,}5}{60}\\ &= 56{,}99 \text{ (hasil pembulatan)}\end{aligned}$$

Jadi, *mean* dari skor dalam kuis tersebut adalah mendekati 57.

UKURAN PENYEBARAN

Penyebaran atau ***dispersi***, merupakan suatu ukuran dari kumpulan data yang tersebar. Terdapat beberapa metode (cara) yang menggambarkan penyebaran data. Ada yang dikenal dengan ***ukuran penyebaran***, memberikan berbagai jenis informasi yang berbeda tentang penyebaran data.

Jangkauan

Jangkauan suatu data adalah selisih antara nilai tertinggi dan nilai terendah. Untuk mencari jangkauan dari suatu distribusi digunakan rumus:

Jangkauan = nilai tertinggi – nilai terendah

Sebagai contoh, untuk mencari rentang dari distribusi berikut ini, tentukan nilai terendah dan nilai tertinggi:

2 10 3 7 11 5 3 9 6
Jangkauan = 11 – 2 = 9

Untuk mencari jangkauan dari suatu data frekuensi berkelompok, tentukan nilai terendah yang mungkin dan nilai tertinggi yang mungkin. Contoh, jika kelompok yang pertama adalah 0 – 5 dan kelompok yang terakhir adalah 46 – 50 maka jangkauannya adalah 50 (50 - 0).

Perbandingan Distribusi
Mempelajari lebih banyak tentang suatu kumpulan data sangat membantu untuk membandingkan jangkauan dan mean. Contoh, tabel di bawah ini menunjukkan usia penghuni dari dua panti jompo:

	Usia	Total
Panti jompo "Bluebell"	67 72 99 69 81 63 102	553
Panti jompo "The Elm"	77 78 82 79 78 80 79	553

Usia rata-rata dari penghuni tiap panti adalah 79 (berasal dari 553 ÷ 7). Sedangkan jangkauan usia penghuni "Bluebell" adalah 35 tahun (102-67) dan jangkauan usia penghuni "The Elm" adalah 5 tahun (82-77). Ini memperlihatkan bahwa walaupun rata-rata usianya sama, tetapi jangkauan dan usia penghuni "Bluebell" lebih besar.

Kuartil

Kuartil bawah atau kuartil pertama (Q_1)
Merupakan nilai yang terletak pada seperempat bagian dari data yang disusun dengan urutan naik. Untuk mencari posisi kuartil bawah, gunakan rumus:

$$\textbf{Posisi kuartil bawah} = \frac{(n+1)}{4}$$

dengan n adalah banyaknya nilai, atau frekuensi kumulatif dari suatu distribusi frekuensi, atau distribusi frekuensi berkelompok.

Kuartil atas atau kuartil ketiga (Q_3)
Merupakan nilai yang terletak tiga perempat bagian dari distribusi yang disusun dengan urutan naik. Untuk mencari posisi kuartil atas, gunakan rumus:

$$\textbf{Posisi kuartil bawah} = \frac{3(n+1)}{4}$$

dengan n adalah banyaknya nilai dalam distribusi, atau frekuensi kumulatif dari suatu distribusi frekuensi, atau distribusi frekuensi berkelompok.

Untuk mencari kuartil suatu distribusi jika posisi kuartilnya merupakan bilangan desimal atau mencari kuartil dari distribusi frekuensi atau distribusi frekuensi berkelompok, gambarlah diagram frekuensi kumulatif dan bacalah nilai pada posisi kuartil.

Jangkauan interkuartil atau Hamparan (H)
Merupakan selisih antara kuartil ketiga (Q3) dengan kuartil pertama (Q1). Untuk mencari jangkauan interkuartil, gunakan:

H = kuartil atas – kuartil bawah

Contoh, untuk mencari hamparan dari:

2 4 5 7 7 9 12 15 16 16 18

1. Carilah posisi ***kuartil bawah***:

   $$\frac{n+1}{4} = \frac{11+1}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

   Oleh karena nilai yang terletak pada urutan ke-3 adalah 5 maka kuartil bawah adalah 5.

2. Carilah posisi ***kuartil atas***:

   $$\frac{3(n+1)}{4} = \frac{3 \times (11+1)}{4} = \frac{36}{4} = 9$$

   Oleh karena nilai yang terletak pada urutan ke-9 adalah 16 maka kuartil atas adalah 16.

3. Setelah itu, kurangi nilai kuartil atas dengan kuartil bawah (16 – 5 = 11), sehingga hamparannya adalah 11.

Diagram Frekuensi Kumulatif 109; Tabel Frekuensi Kumulatif 99; Data 96; Desimal 19; Distribusi 96; Formula 75; Distribusi Frekuensi 96; Rata-rata 100; Substitusi 77; Penjumlahan 14

Simpangan Baku (standar deviasi)

Simpangan baku dari mean, yang biasa dikenal dengan ***simpangan baku*** (standar deviasi), menggambarkan seberapa besar penyebaran nilai dalam suatu data yang berasal dari mean-nya. Tidak seperti ***jangkauan*** dan ***hamparan***, simpangan baku memperhitungkan setiap nilai dalam data. Simpangan baku yang tinggi berarti nilai-nilai yang terdapat dalam data sangat menyebar, sedangkan jika simpangan bakunya rendah maka nilai-nilai dalam data tersebut saling berdekatan. Simpangan baku diberikan dalam satuan yang sama sebagai data asli, yang disimbolkan dengan huruf Yunani "sigma" (σ).

Perhitungan simpangan baku metode 1

$$\text{Simpangan baku } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}$$

di mana x adalah setiap nilai dalam data, $\bar{x}$ adalah mean dari data, n adalah banyaknya nilai, dan Σ yang artinya adalah "total dari" atau "jumlah dari".

Sebagai contoh, distribusi di bawah ini memperlihatkan masa kerja 8 orang pekerja pada suatu perusahaan adalah:

1 5 6 3 2 10 7 6

Untuk mencari simpangan baku, lakukanlah langkah-langkah berikut:

1. Hitunglah mean ($\bar{x}$).

$$\text{Mean} = \frac{\Sigma \text{ nilai}}{\text{banyaknya nilai}}$$

$$= \frac{(1+5+6+3+2+10+7+6)}{8} = \frac{40}{8} = 5$$

2. Carilah selisih dari tiap-tiap nilai dengan *mean*-nya ($x - \bar{x}$).

−4 0 1 −2 −3 5 2 1

3. Carilah kuadrat dari tiap-tiap nilai $(x - \bar{x})^2$.

16 0 1 4 9 25 4 1

4. Carilah mean dari kudrat selisihnya, yang dikenal dengan ***varians*** $\left(\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}\right)$:

$$\frac{16+0+1+4+9+25+4+1}{8}$$

$$= \frac{60}{8} = 7{,}5$$

5. Carilah akar kuadrat dari varians.

$$\left(\sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}}\right) = \sqrt{7{,}5} = 2{,}74$$

Jadi, simpangan bakunya adalah 2,74 tahun.

Perhitungan Simpangan Baku Metode 2

$$\text{Simpangan baku } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$$

di mana x adalah tiap-tiap nilai dalam data, n adalah banyaknya nilai, dan Σ adalah "total dari" atau "jumlah dari".

Sebagai contoh, data di bawah ini memperlihatkan masa kerja dari 8 orang pekerja pada suatu perusahaan:

1 5 6 3 2 10 7 6

Untuk mencari simpangan bakunya, lakukanlah langkah-langkah berikut:

x	x^2
1	1
5	25
6	36
3	9
2	4
10	100
7	49
6	36
$\Sigma x = 40$	$\Sigma x^2 = 260$

1. Tempatkan nilai-nilai dalam tabel dan hitunglah nilai x^2 dari tiap-tiap nilai x.

2. Carilah mean dari kuadrat data.

$$\frac{\Sigma x^2}{n} = \frac{260}{8} = 32{,}5$$

3. Hitunglah mean dari data dan kuadratkan.

$$\left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2 = \left(\frac{40}{8}\right)^2 = 5^2 = 25$$

4. Carilah simpangan baku dengan cara mensubstitusikan nilai-nilai ke dalam rumus:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{32{,}5 - 25} = \sqrt{7{,}5} = 2{,}74$$

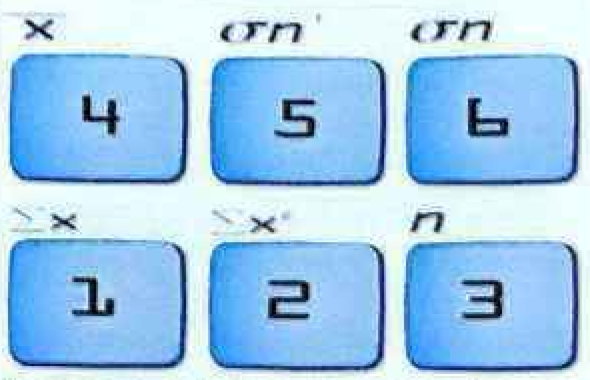
Jadi, simpangan bakunya adalah 2,74 tahun.

Varians

Merupakan kuadrat dari ***simpangan baku***. Varians dinyatakan dengan rumus:

$$\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n} \text{ atau } \frac{\Sigma x^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x}{n}\right)^2$$

di mana x adalah tiap-tiap nilai dalam distribusi, $\bar{x}$ adalah mean dari distribusi, n adalah banyaknya nilai, dan Σ adalah "total dari" atau "jumlah dari".



Sebagian besar kalkulator ilmiah memiliki tombol-tombol yang berfungsi dalam perhitungan statistika, seperti mean dan simpangan baku. Petunjuk pada kalkulatormu akan menjelaskan bagaimana cara menggunakannya.

Untuk mencari simpangan baku dari distribusi frekuensi berkelompok

Carilah nilai tengah interval dari tiap-tiap interval kelas sebagai nilai x dan gunakanlah salah satu metode untuk mencari simpangan baku yang dijelaskan pada halaman 103. Rumus-rumus simpangan baku perlu diubah untuk mengingat fakta bahwa setiap nilai harus dikalikan dengan frekuensi (f).

Contoh, tabel distribusi frekuensi berkelompok di bawah ini menunjukkan banyaknya panggilan telepon yang diterima para pekerja di suatu kantor dalam satu hari. Untuk mencari perkiraan simpangan bakunya, lakukanlah langkah-langkah berikut:

1. Hitunglah nilai x, fx, dan fx^2.

Panggilan	f	x	fx	fx^2
1–5	9	3	27	$27 \times 3 = 81$
6–10	15	8	120	$120 \times 8 = 960$
11–15	13	13	169	$169 \times 13 = 2.197$
16–20	3	18	54	$54 \times 18 = 972$
	$\Sigma f = 40$		$\Sigma fx = 370$	$\Sigma fx^2 = 4.210$

2. Carilah mean dari kuadrat data frekuensi berkelompok.

$$\frac{\Sigma fx^2}{n} = \frac{4.210}{40} = 105{,}25$$

3. Carilah mean dari data frekuensi berkelompok, kemudian kuadratkan.

$$\left(\frac{\Sigma fx}{n}\right)^2 = \left(\frac{370}{40}\right)^2 = 9{,}25^2 = 85{,}5625$$

4. Carilah simpangan bakunya dengan mensubstitusi nilai-nilai tersebut ke dalam rumus.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fx^2}{n} - \left(\frac{\Sigma fx}{n}\right)^2} = \sqrt{105{,}25 - 85{,}5625}$$

$$= \sqrt{19{,}6875} = 4{,}44$$

Jadi, simpangan bakunya adalah 4,44.

Beberapa perubahan dalam simpangan baku

Jika setiap nilai dalam distribusi ditambah atau dikurangi oleh bilangan yang sama, maka *mean* juga akan bertambah atau berkurang oleh bilangan tersebut, tetapi besarnya simpangan baku akan tetap sama.

Sebagai contoh, data di bawah ini mempunyai mean 6 dan simpangan baku 2,83:

2 4 6 8 10

Jika setiap nilai dikurangi 3 menghasilkan

−1 1 3 5 7

Mean yang baru dihitung dengan cara:

$$\frac{(-1+1+3+5+7)}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

Simpangan baku yang baru dihitung dengan cara:

$$\sqrt{\frac{(-1)^2+1^2+3^2+5^2+7^2}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{85}{5} - \left(\frac{15}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{17-9} = \sqrt{8} = 2{,}83$$

Dengan demikian, walaupun setiap nilai dari data yang baru dikurangi 3, tetapi simpangan baku kedua data tersebut tetap sama, yaitu 2,83.

Jika setiap nilai dalam suatu data dikalikan (atau dibagi) dengan bilangan yang sama, maka simpangan baku dan *mean*-nya yang baru merupakan hasil kali (atau hasil bagi) mean awal dengan bilangan tersebut.

Sebagai contoh, jika setiap nilai dari data awal di atas dikalikan 2, menghasilkan:

4 8 12 16 20

Mean yang baru dihitung dengan cara:

$$\frac{(4+8+12+16+20)}{5} = \frac{60}{5} = 12$$

Simpangan baku yang baru dihitung dengan cara:

$$\sqrt{\frac{(16+64+144+256+400)}{5} - \left(\frac{60}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{880}{5} - 12^2}$$

$$= \sqrt{176-144} = \sqrt{32} = 5{,}66$$

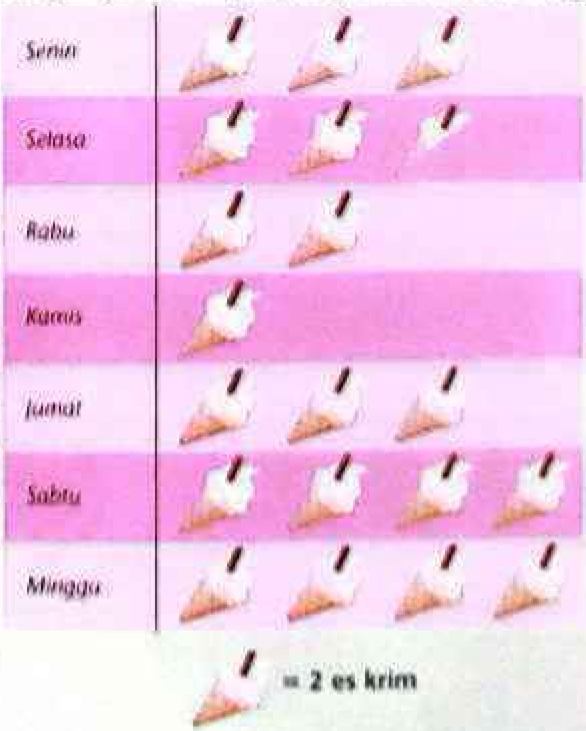
Dengan demikian, besar mean dari data yang baru adalah dua kali mean awalnya ($6 \times 2 = 12$) dan simpangan bakunya pun menjadi dua kalinya ($2{,}83 \times 2 = 5{,}66$).

PENYAJIAN DATA

Terdapat beberapa jenis diagram dan grafik yang dapat kamu gunakan untuk menggambarkan suatu data. Metode yang kamu pilih tergantung pada apa yang akan kamu perlihatkan, seperti beberapa metode yang menekankan pada aspek-aspek informasi yang berbeda.

Piktogram, piktograf, atau ideograf
Merupakan diagram bergambar yang digunakan untuk menunjukkan frekuensi dari suatu data. Dalam piktogram harus ada judul serta keterangan yang menjelaskan arti dari gambar. Bagian dari suatu gambar dapat diartikan sebagai kuantitas yang lebih kecil.

Banyaknya es krim yang terjual dalam satu minggu

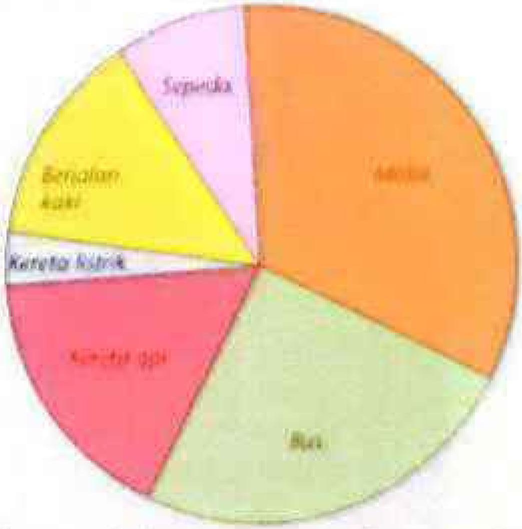


Jika pada suatu diagram menggunakan beberapa simbol yang berbeda, maka simbol tersebut harus dibuat dalam ukuran yang sama. Hal ini sangat membantu jika tiap-tiap simbol mewakili jumlah yang sama, sehingga dapat terhindar dari kesan yang menyesatkan dari hasil yang diperlihatkan pada diagram.

Gambar ini berukuran sama dan mewakili jumlah yang sama

Diagram lingkaran
Merupakan diagram yang frekuensi distribusinya ditunjukkan dengan besar sudut (atau daerah) dan juring-juring lingkaran. Judul diagram lingkaran memberitahukan apa yang diperlihatkan pada diagram tersebut, sedangkan nama atau keterangan menjelaskan apa yang diwakili tiap-tiap juring.

Diagram lingkaran tentang alat transportasi yang digunakan para pegawai



Untuk mencari ukuran sudut yang akan mewakili masing-masing frekuensi, gunakanlah rumus berikut

$$\text{sudut} = f \times \frac{360^\circ}{\Sigma f}$$

dengan f adalah frekuensi.

Sebagai contoh, tabel frekuensi di bawah ini memperlihatkan data yang digunakan untuk membuat diagram lingkaran. Pada contoh ini, $\Sigma f = 60$, sehingga besar sudut

$$\text{sudut} = f \times \frac{360^\circ}{60} = f \times 6^\circ$$

Alat transportasi	Frekuensi	Besar sudut
Mobil	20	$20 \times 6^\circ = 120^\circ$
Bus	15	$15 \times 6^\circ = 90^\circ$
Kereta api	10	$10 \times 6^\circ = 60^\circ$
Kereta listrik	2	$2 \times 6^\circ = 12^\circ$
Berjalan kaki	8	$8 \times 6^\circ = 48^\circ$
Sepeda	5	$5 \times 6^\circ = 30^\circ$
	$\Sigma f = 60$	Σ sudut $= 360^\circ$

Jumlah sudut harus selalu 360°. Terkadang perlu untuk melakukan pembulatan sudut ke derajat terdekat. Jika demikian, untuk setiap sudut yang dibulatkan, kamu perlu membulatkan sudut lain yang ada di bawahnya. Gunakan busur derajat untuk mengukur besar sudut pada pusat lingkaran yang kamu buat.

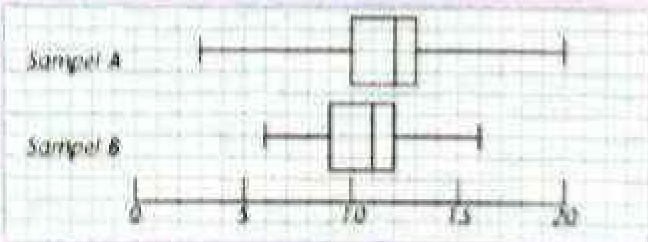
Ringkasan Lima Angka
Nilai terendah, kuartil bawah, median, kuartil atas, dan nilai tertinggi dari distribusi data. Nilai-nilai tersebut memungkinkan kamu untuk memperkirakan (menaksir) jangkauan dan jangkauan interkuartil dari data, serta melihat sesimetris apa penyebaran mediannya.

Box plot atau diagram kotak-garis
Diagram yang menunjukkan ringkasan lima angka dari suatu distribusi data. Box plot dapat digunakan sebagai cara untuk membandingkan penyebaran dua distribusi data atau lebih pada garis bilangan yang sama.

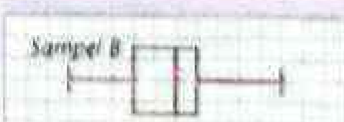
Masing-masing diagram memuat sebuah kotak berbentuk persegi panjang. Panjang kotak tersebut menyatakan jangkauan interkuartil, tetapi sembarang tingginya dapat pula tidak signifikan. Sebuah garis vertikal membagi kotak pada mediannya. Pada tiap-tiap ujung kotak terdapat garis horizontal menuju nilai terendah dan tertinggi untuk menunjukkan jangkauan dari distribusi data.

Sebagai contoh, diagram kotak-garis di bawah ini menggambarkan distribusi data berikut:

Sampel A	3	10	10	12	12	13	15	20
Sampel B	6	8	9	11	11	12	14	16



Variasi pada pemasangan kotak yang berisi beberapa titik mewakili tiap-tiap data, sehingga lebih terperinci.

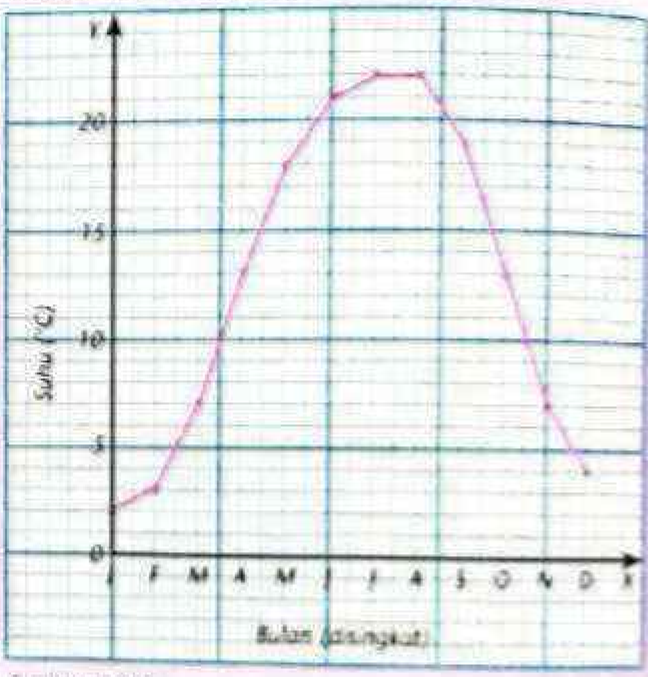


Terkadang data memuat nilai yang lebih tinggi atau lebih rendah dari semua data yang tersisa, mungkin disebabkan oleh kesalahan dalam pengukuran. Nilai-nilai ini dinamakan pencilan, yang diwakili oleh sebuah titik atau tanda bintang di luar garis.

Zig-zag
Merupakan sumbu yang beriak (tidak rata), yang menunjukkan bahwa skala tidak berlaku untuk bagian tersebut.

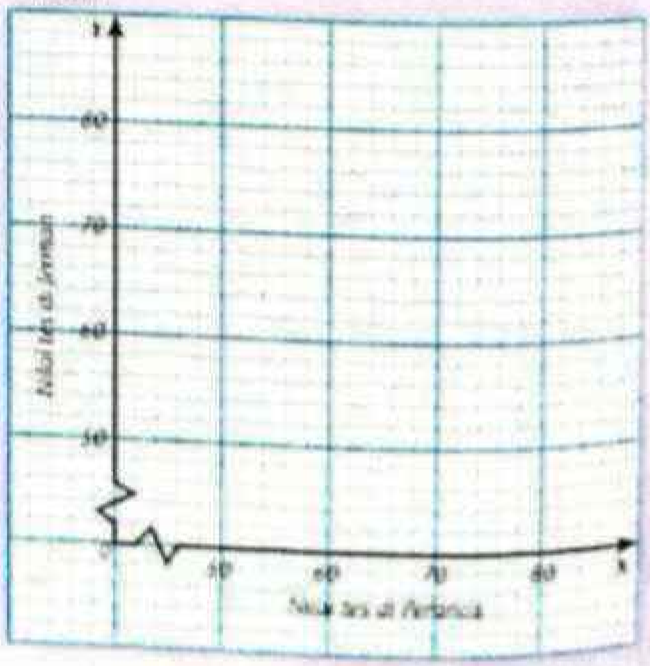
Diagram garis
Diagram yang menggambarkan frekuensi distribusi data dan titik-titiknya dihubungkan oleh serangkaian garis lurus. Judul diagram menunjukkan apa yang diperlihatkan oleh diagram garis, sedangkan nama pada sumbu menjelaskan apa yang diwakilinya dan memberikan satuan yang digunakan.

Rata-rata maksimum suhu di Hamburg, Jerman



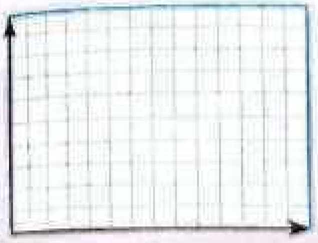
Scatter plot
Grafik yang titik-titiknya diletakkan untuk menunjukkan hubungan antara dua kumpulan data kuantitatif. Titik-titik tersebut tidak digabungkan, dan kamu dapat melihat beberapa titik yang memiliki nilai *x* atau *y* yang sama. Judul dan nama pada sumbu memberikan informasi padamu apa yang ditunjukkan oleh grafik.

Nilai tes yang dicapai siswa-siswa di Perancis dan Jerman

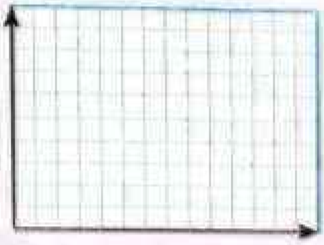


Sumbu Koordinat 31; Data 96; Frekuensi 96; Horizontal 30; Jangkauan Interkuartil 102; Kuartil Bawah 102; Rata-rata 101; Median 102
Garis Bilangan 7; Data Kuantitatif 96; Jangkauan 102; Kuartil Atas 102; Vertikal 30.

Korelasi
Suatu keterkaitan antara dua kumpulan data. Scatter plot dapat menunjukkan apakah terdapat korelasi antara kumpulan-kumpulan data yang disajikan. Posisi titik-titik dengan tren naik pada Scatter plot dinamakan ***korelasi positif***, sedangkan posisi titik-titik dengan tren turun dinamakan ***korelasi negatif***.



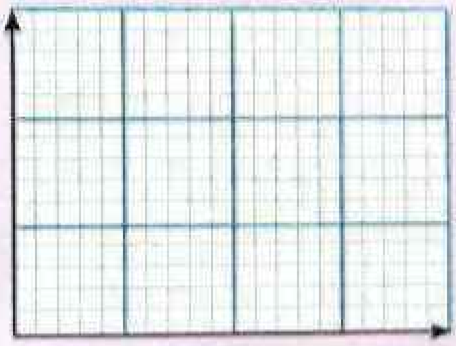
Scatter plot di atas memperlihatkan korelasi positif



Scatter plot di atas memperlihatkan korelasi negatif

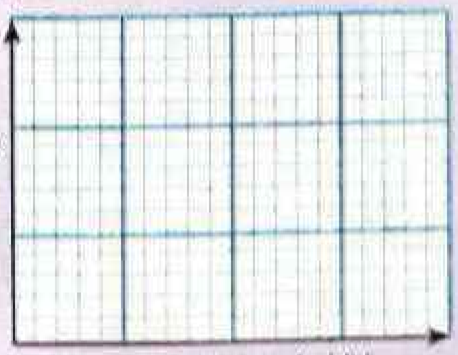
Scatter plot dengan titik-titik yang terletak pada, atau mendekati garis lurus memiliki ***korelasi yang kuat*** (sempurna).

Korelasi sempurna menunjukkan bahwa dua kumpulan nilai yang terhubung sangat dekat antara yang satu dengan yang lain.



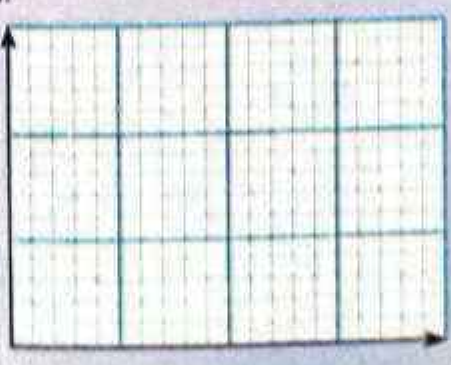
Scatter plot dengan titik-titik yang letaknya tidak beraturan dari garis lurus memiliki suatu ***korelasi moderat*** (sedang).

Korelasi moderat menunjukkan bahwa dua kumpulan nilai seringkali terhubung antara yang satu dengan yang lain.



Scatter plot dengan titik-titik yang tampak tidak terhubung pada garis lurus, maka dikatakan ***tidak memiliki korelasi***.

Tidak memiliki korelasi menunjukkan bahwa dua kumpulan nilai yang tidak terhubung secara linear, walaupun mungkin saja ada keterkaitan lain di antara titik-titik tersebut.



Garis regresi
Sebuah garis pada scatter plot yang menunjukkan **korelasi** antara dua kumpulan data. Sering kali garis dapat dibentuk dengan hanya melihatnya. Untuk menggambar garis yang lebih akurat, carilah mean dari tiap distribusi data dan gambarlah sebuah garis yang tegak lurus sumbu. Kemudian gambarlah garis regresi yang melalui titik perpotongan dari kedua mean tersebut.

Sebagai contoh, tabel di bawah ini menunjukkan panjang kolam renang yang ditempuh perenang dalam waktu yang bervariasi:

Waktu (menit)	5	8	10	13	15	18	20	23
Panjang	11	15	23	27	31	40	39	50

Untuk menunjukkan korelasi antara nilai-nilai tersebut, plot kan setiap nilai pada scatter plot, kemudian gambarlah sebuah garis regresi melalui titik yang mewakili mean dari kedua kumpulan data (ditunjukkan pada grafik dengan simbol ⊙).

Mean lamanya waktu adalah:

$$\frac{5+8+10+13+15+18+20+23}{8} = \frac{112}{8} = 14$$

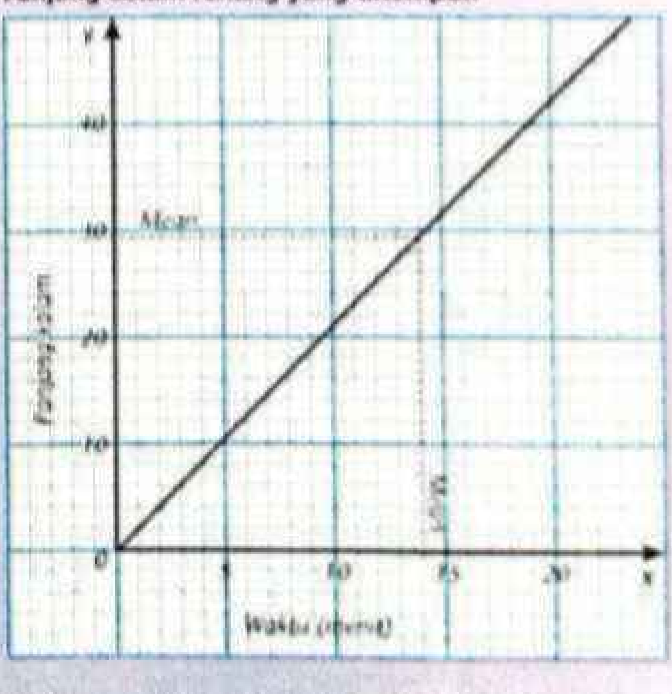
Mean panjang kolam renang adalah:

$$= \frac{11+15+23+27+31+40+39+50}{8}$$

$$= \frac{236}{8} = 29{,}5$$

Dengan demikian, garis regresi harus digambar melalui titik (14; 29,5). Dalam kasus ini, garis ditarik dari titik (0,0) (jika tidak ada waktu tempuh, maka tidak ada panjang kolam renang yang ditempuh).

Panjang kolam renang yang ditempuh



PELUANG (PROBABILITAS)

Peluang adalah bagian dari ilmu statistika yang membantu kita menghitung seberapa besar kemungkinan suatu hal akan terjadi dan menuliskannya dalam bentuk numerik. Sebagai contoh, ketika kita melemparkan sebuah koin, maka ada 2 buah peluang yang akan terjadi, yaitu peluang munculnya bagian gambar dan bagian angka. Peluang munculnya bagian gambar adalah 1 dari 2 kemungkinan. Peluang tersebut dapat ditulis dalam bentuk pecahan $\left(\frac{1}{2}\right)$, desimal (0,5), atau dalam bentuk persen (50%).

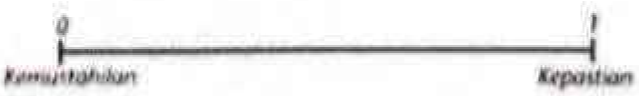
Kejadian
Kejadian adalah sesuatu hal yang terjadi. Contohnya, pelemparan sebuah koin atau sebuah dadu.

Titik sampel
Titik sampel adalah hasil dari kejadian. Contoh: munculnya bagian gambar dalam pelemparan sebuah koin atau munculnya angka 6 dalam pelemparan sebuah dadu.

Kejadian sukses
Kejadian sukses adalah hasil yang diharapkan. Contohnya, jika kita mengharapkan munculnya bagian gambar dalam pelemparan sebuah koin, lalu muncul bagian gambar, maka hal demikian itu disebut hasil sukses.

Peluang kejadian yang sama
Kejadian semacam ini memiliki hasil peluang yang sama. Contohnya, jika kita melemparkan koin, maka peluang munculnya bagian gambar dan bagian angka adalah sama besar.

Skala peluang
Skala peluang adalah skala yang digunakan untuk mengukur peluang dari sebuah **titik sampel**. Peluang suatu kejadian yang **pasti** terjadi adalah 1. Sebagai contoh, peluang bertambahnya umur menjadi sedikit lebih tua setelah membaca kalimat ini adalah 1. Titik sampel yang memiliki peluang 1 disebut sebagai suatu kepastian. Sebaliknya, peluang suatu kejadian yang pasti tidak terjadi adalah 0. Sebagai contoh, peluang bahwa manusia akan berubah menjadi gajah adalah 0. Titik sampel yang memiliki peluang 0 disebut sebagai suatu **kemustahilan**.



Nilai peluang 0 dan 1 adalah nilai peluang ekstrem. Peluang dari suatu hasil kejadian bisa berada di antara 0 dan 1. Peluang kejadian yang mendekati 0 memiliki hasil yang sangat jauh berbeda dengan kejadian sebenarnya. Peluang kejadian yang mendekati 1 memiliki hasil yang hampir sama dengan kejadian sebenarnya.

Teori peluang (teori probabilitas)
Teori peluang adalah teori mengenai kemungkinan dari sebuah hasil yang terjadi. Teori peluang didasarkan pada titik sampel yang memiliki kemungkinan yang sama. Dalam hal ini, bias atau eror tidak diperhitungkan.

Secara umum, rumus teori peluang adalah:

$$P(\text{sukses}) = \frac{\text{total hasil sukses}}{\text{total kemungkinan hasil}}$$

di mana P adalah "peluang dari".

Sebagai contoh, jika pada sebuah kantong terdapat 6 buah bola merah dan 4 buah bola biru, maka peluang terambilnya bola biru secara acak adalah:

$$P(\text{biru}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Jadi, peluang terambilnya bola biru secara acak adalah $\frac{2}{5}$, atau dapat ditulis dalam bentuk desimal (0,4), atau dalam bentuk persen (40%).

Frekuensi relatif
Frekuensi relatif adalah banyaknya hasil yang terjadi dibagi dengan banyaknya percobaan yang dilakukan. Rumus umumnya adalah:

$$P(\text{sukses}) = \frac{\text{total hasil sukses}}{\text{total kejadian}}$$

di mana P adalah "peluang dari".

Sebagai contoh, jika sebuah dadu dilempar sebanyak 100 kali dan muncul angka 6 (mata 6 pada dadu) selama 12 kali, maka frekuensi relatif dari pelemparan dadu yang memunculkan angka 6 (mata 6 pada dadu) adalah:

$$P(\text{munculnya angka 6}) = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

Dengan demikian, peluang percobaan dari pelemparan dadu dan muncul angka 6 adalah $\frac{3}{25}$. Ini dapat ditulis pula dalam bentuk desimal 0,12 atau dalam bentuk persen 12%.

 Desimal 19, Pecahan 17, Persentase 27, Statistik 96

Jenis-Jenis Kejadian

Kejadian sederhana
Kejadian sederhana adalah kejadian yang hanya memiliki satu titik sampel, contohnya pelemparan sebuah koin.

Kejadian majemuk
Kejadian majemuk adalah kejadian yang melibatkan lebih dari satu item, contohnya pelemparan dua buah koin atau pelemparan sebuah koin dan dadu.

Kejadian saling bebas
Kejadian saling bebas adalah kejadian yang kemunculannya tidak dipengaruhi oleh kejadian lain. Kejadian saling bebas disebut juga kejadian acak.

Contohnya, jika sebuah dadu dilemparkan sebanyak dua kali, maka kemungkinan angka yang muncul pada lemparan kedua tidak dipengaruhi oleh lemparan pertama. Sebanyak apapun dadu tersebut dilemparkan, peluang muncul angka 6 adalah sama di setiap lemparan.

Kejadian bersyarat
Kejadian bersyarat adalah kejadian yang hasilnya bergantung pada kejadian lain.

Contohnya, jika kita mengambil sebuah kelereng secara acak dari kantong yang berisi kelereng-kelereng berwarna hijau dan biru tanpa mengembalikan kelereng tersebut ke kantong asalnya, maka peluang warna kelereng yang akan terambil pada pengambilan berikutnya bergantung pada warna kelereng yang diambil pada pengambilan pertama.

Jika terdapat 3 buah kelereng biru dan 3 buah kelereng hijau, maka:

P(terambilnya kelereng biru) $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Jika sebuah kelereng biru diambil tanpa pengembalian, maka peluang terambilnya kelereng biru pada pengambilan kedua menjadi $\frac{2}{5}$ karena hanya terdapat 2 buah kelereng biru dari 5 buah kelereng secara keseluruhan).

Peluang terambilnya kelereng biru secara acak dari dalam kantong adalah $\frac{1}{2}$.

Jika peluang kemunculan suatu kejadian bergantung pada peluang kemunculan kejadian sebelumnya, maka disebut **peluang bersyarat**. Peluang bersyarat terambilnya kelereng biru pada pengambilan ke-2 adalah $\frac{2}{5}$.

Kejadian saling lepas atau saling asing
Merupakan dua kejadian atau lebih yang tidak mungkin terjadi pada waktu yang bersamaan. Sebagai contoh, jika A adalah "kejadian terambilnya kartu merah dari satu set kartu bridge" dan B adalah "kejadian terambilnya sekop", maka kejadian A dan B saling lepas.

Jika kamu mengambil salah satu kartu dari satu set kartu bridge, maka kartu yang terambil tersebut tidak mungkin kartu sekop yang berwarna merah, sehingga dinamakan peristiwa yang saling lepas.

Peluang total dari satu himpunan (kumpulan) lengkap dari kejadian yang saling lepas selalu berjumlah 1. Sebagai contoh, suatu himpunan kejadian saling lepas dalam pengambilan sebuah kartu dari satu set kartu bridge adalah sebagai berikut:

- terambilnya sebuah kartu merah $\left(\frac{26}{52}\right)$
- terambilnya sebuah kartu sekop $\left(\frac{13}{52}\right)$
- terambilnya sebuah kartu keriting $\left(\frac{13}{52}\right)$

Tidak satupun dari kejadian-kejadian tersebut dapat terjadi pada waktu yang sama. Jika peluang-peluang tersebut dijumlahkan, maka:

$$\frac{26}{52} + \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{52}{52} = 1$$

Hasilnya adalah sama jika sekumpulan dari beberapa kejadian saling lepas yang lain dijumlahkan, seperti pengambilan sebuah kartu hitam, pengambilan sebuah kartu hati, dan pengambilan sebuah kartu wajik.

Peluang sesuatu tidak akan terjadi adalah 1 dikurangi peluang yang akan terjadi.

Peluang pada pelemparan sebuah dadu muncul angka 6 adalah $\frac{1}{6}$.

Sedangkan peluang muncul angka selain 6 (yakni 1, 2, 3, 4, atau 5) dari pelemparan sebuah dadu adalah $\frac{5}{6}$.
Hal ini sama dengan $1 - \frac{1}{6}$.

Operasi Peluang

Aturan penjumlahan atau aturan gabungan "atau"

Aturan ini digunakan untuk menentukan peluang suatu kejadian dari beberapa kejadian yang sedang berlangsung. Aturan penjumlahan dinyatakan sebagai berikut:

$$P(A \text{ atau } B) = P(A) + P(B)$$

dengan P menyatakan "peluang dari", sedangkan A dan B adalah kejadian.

Aturan penjumlahan dapat digunakan dalam berbagai bentuk kejadian yang saling lepas, contohnya:

$$P(X \text{ atau } Y \text{ atau } Z) = P(X) + P(Y) + P(Z)$$

Sebagai contoh, untuk menentukan peluang terambilnya sebuah kartu merah atau sebuah kartu sekop atau kartu king keriting dari satu set kartu bridge adalah:

$$P(M \text{ atau } S \text{ atau } KK) = P(M) + P(S) + P(KK)$$

dengan: P menyatakan "peluang dari", M menyatakan kartu merah, S menyatakan kartu sekop, dan KK menyatakan kartu king keriting.

Satu set kartu bridge terdiri dari 52 buah kartu. Kartu merah terdiri dari 26 buah, kartu sekop terdiri dari 13 buah dan kartu king keriting hanya terdiri dari 1 buah, sehingga:

$$P(M) = \frac{26}{52}$$
$$P(S) = \frac{13}{52}$$
$$P(KC) = \frac{1}{52}$$
$$P(M \text{ atau } S \text{ atau } KK) = \frac{26}{52} + \frac{13}{52} + \frac{1}{52} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

Jadi, peluang terambilnya kartu merah atau kartu sekop atau kartu king keriting adalah $\frac{10}{13}$.

Aturan penjumlahan dapat digunakan untuk menghitung peluang pengambilan kartu merah atau kartu sekop atau kartu king keriting

Aturan perkalian atau aturan irisan "dan"

Aturan ini digunakan untuk menentukan peluang dari kombinasi beberapa kejadian yang sedang berlangsung. Aturan perkalian dinyatakan sebagai berikut:

$$P(A \text{ dan } B) = P(A) \times P(B)$$

dengan P menyatakan "peluang dari", sedangkan A dan B adalah kejadian.

Aturan perkalian dapat digunakan untuk mencari peluang dari kombinasi beberapa kejadian saling bebas atau kejadian bersyarat.

Contohnya, peluang keluarnya angka 4 dalam pelemparan sebuah dadu dan terambilnya sebuah kartu king dari satu set kartu bridge adalah sebagai berikut:

$$P(4 \text{ dan } K) = P(4) \times P(K)$$

dengan P menyatakan "peluang dari", sedangkan K menyatakan kartu king dan 4 menyatakan mata dadu 4.

Sebuah dadu terdiri dari 6 buah angka dan satu set kartu bridge terdiri dari 52 kartu dengan 4 buah kartu king di dalamnya, sehingga:

$$P(4) = \frac{1}{6}$$
$$P(K) = \frac{4}{52}$$
$$P(4 \text{ dan } K) = \frac{1}{6} \times \frac{4}{52} = \frac{4}{312} = \frac{1}{78}$$

Jadi, peluang keluarnya mata dadu 4 dan terambilnya sebuah kartu king dalam satu set kartu bridge adalah $\frac{1}{78}$.

Dalam menggunakan aturan perkalian untuk menentukan peluang kombinasi beberapa kejadian bersyarat dapat dilakukan dengan menghitung perubahan peluang pada setiap kejadian, lalu kalikan.

Contohnya, untuk menentukan peluang terambilnya sebuah kartu king dari satu set kartu bridge, kemudian diikuti dengan mengambil kartu king lainnya tanpa pengembalian kartu yang pertama adalah sebagai berikut:

$$P(K \text{ dan } K) = P(K \text{ pertama}) \times P(K \text{ kedua})$$

dengan P menyatakan "peluang dari", sedangkan K menyatakan kartu king.

Satu set kartu bridge terdiri dari 52 buah kartu dengan 4 buah kartu king di dalamnya, sehingga:

$$P(K \text{ pertama}) = \frac{4}{52}$$
$$P(K \text{ kedua}) = \frac{3}{51}$$
$$P(K \text{ dan } K) = \frac{4}{52} \times \frac{3}{51} = \frac{12}{2\,652} = \frac{1}{221}$$

Jadi, peluang terambilnya kartu king dari satu set kartu bridge, kemudian diikuti dengan mengambil kartu king lainnya tanpa pengembalian kartu yang pertama adalah $\frac{1}{221}$.

Anggota Titik Sampel

Anggota titik sampel dari sebuah percobaan bergantung pada banyaknya kejadian yang terjadi dan jenis kejadian (kejadian bersyarat atau kejadian saling bebas).

Titik sampel dari kejadian saling bebas dapat dicatat dalam sebuah daftar kejadian.

Contohnya, jika sebuah koin dilemparkan, maka anggota titik sampel dapat dicatat dalam bentuk daftar

G ; A

dengan G menyatakan gambar dan A menyatakan angka.

Jika dua koin dilemparkan, maka banyaknya anggota titik sampel bertambah menjadi:

GG; GA; AG; AA

dan jika tiga buah koin dilemparkan, maka banyaknya anggota titik sampel akan bertambah menjadi:

GGG; GGA; GAG; GAA; AGG; AGA; AAG; AAA

Ruang sampel
Ruang sampel adalah sebuah tabel yang menunjukkan anggota titik sampel dari sepasang kejadian saling bebas.

Contohnya, ruang sampel di bawah ini menunjukkan titik sampel dari kombinasi jumlah angka yang keluar pada pelemparan dua buah dadu.

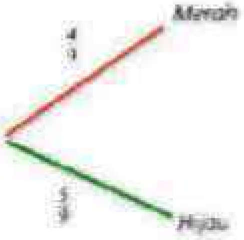
		Dadu pertama					
		1	2	3	4	5	6
Dadu kedua	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Untuk mencari peluang jumlah mata dadu tertentu pada pelemparan dua buah dadu, hitung banyaknya mata dadu yang muncul pada tabel. Contohnya, mata dadu 9 muncul sebanyak empat kali dari 36 kemungkinan, sehingga peluang munculnya mata dadu 9 pada tabel di atas adalah $\frac{4}{36}$, atau $\frac{1}{9}$.

Diagram pohon peluang
Diagram pohon peluang adalah diagram yang menuliskan titik sampel dari beberapa kejadian dalam bentuk percabangan pohon. Pohon peluang banyak digunakan untuk kejadian bersyarat.

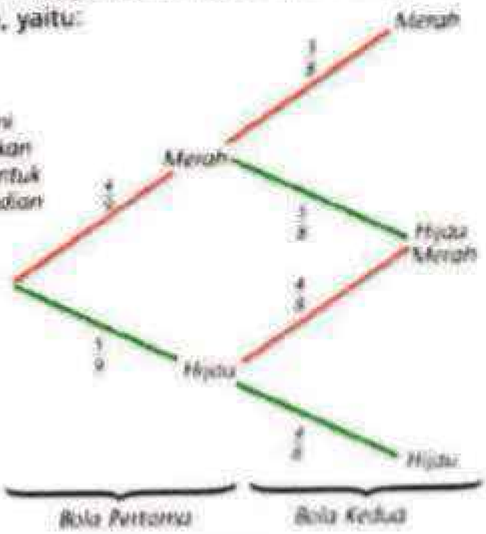
Contohnya, jika sebuah bola diambil secara acak dari kantong yang berisikan 4 bola biru dan 5 bola hijau, maka titik sampel dapat ditunjukkan sebagai berikut:

Diagram pohon di samping ini menunjukkan peluang untuk sebuah kejadian.



Jika diambil bola kedua tanpa mengembalikan bola pertama ke dalam kantong, maka peluang yang dihasilkan bergantung dari hasil pada kejadian pertama, yaitu:

Diagram pohon di samping ini menunjukkan peluang untuk suatu kejadian majemuk.



Jika bola yang pertama diambil adalah bola merah dan bola tersebut tidak dikembalikan ke dalam kantong, maka peluang terambilnya bola merah pada pengambilan kedua adalah $\frac{3}{8}$ (karena hanya tersisa 3 bola merah dari jumlah total bola sebanyak 8 bola). Jika bola yang pertama diambil adalah bola hijau dan bola tersebut tidak dikembalikan ke dalam kantong, maka peluang terambilnya bola hijau pada pengambilan kedua adalah $\frac{4}{8}$ (karena hanya tersisa 4 buah bola hijau dari jumlah total bola sebanyak 8 bola).

Odds
Odds adalah peluang dari suatu kejadian yang terjadi yang dituliskan dalam bentuk perbandingan antara kejadian yang sukses dengan kejadian yang gagal. Contohnya, odds munculnya angka 6 dari pelemparan sebuah dadu adalah 1 : 5 (terdapat 1 kemungkinan sukses keluar angka 6 dengan 5 kemungkinan gagal). Jadi, peluang munculnya angka 6 dalam pelemparan sebuah dadu adalah $\frac{1}{6}$.

ISTILAH-ISTILAH KEUANGAN

Berikut ini merupakan daftar istilah-istilah yang berhubungan dengan keuangan dalam kehidupan sehari-hari.

Suku Bunga Tahunan (SBT)
Suku bunga tahunan adalah biaya total yang harus dibayar atas aplikasi pinjaman yang diajukan, termasuk penggadaian barang. SBT dituliskan dalam bentuk persen dari jumlah pinjaman. SBT meliputi biaya administrasi dan suku bunga.

Neraca
Neraca adalah jumlah uang dalam suatu rekening tabungan yang terdiri dari semua transaksi kas masuk dan transaksi kas keluar.

Komisi
Komisi adalah biaya yang dibayarkan atas jasa yang telah didapat, misalnya komisi membantu menjualkan mobil milik orang lain. Besaran komisi biasanya dalam bentuk persen dari total transaksi penjualan.

Kredit
Kredit memiliki banyak pengertian. Dalam bentuk transaksi kredit, kredit berarti jumlah uang yang dimasukkan dalam suatu rekening. Jika kita ada pada posisi kredit dalam sebuah rekening, berarti kita memiliki sejumlah uang dalam rekening tersebut. Jika kita memiliki kredit, maka kita bisa mengajukan aplikasi pinjaman uang.

Neraca Kredit
Neraca kredit adalah jumlah uang yang dimiliki dalam rekening suatu bank.

Kartu Kredit
Kartu kredit adalah kartu yang digunakan untuk membeli suatu barang dengan pembayaran kemudian (bukan pembayaran tunai). Pembayaran terhadap barang yang dibeli biasanya dilakukan dengan akumulasi pembayaran dalam satu bulan ditambah dengan beban bunga yang berlaku dari nilai total pembelian barang. Kartu anggota adalah salah satu bentuk kartu kredit yang dikeluarkan oleh sebuah toko.

Pagu Kredit
Pagu kredit adalah jumlah maksimal yang dapat digunakan atau dibelanjakan dalam sebuah kartu kredit. Jika penggunaan melebihi batasan kredit yang telah disepakati, maka akan dikenakan penalti/denda.

Tingkat Kredit
Tingkat kredit adalah sebuah sistem poin (sistem penilaian) yang didasarkan pada besarnya penghasilan dan sejarah aplikasi kredit dan digunakan oleh bank atau perusahaan finansial untuk memutuskan besarnya jumlah uang yang bisa dipinjam oleh nasabah.

Mata Uang
Mata uang adalah uang yang digunakan oleh suatu negara. Contohnya, mata uang Jepang adalah Yen.

Debit
Debit memiliki banyak pengertian. Dalam bentuk transaksi debit, uang diambil dari rekening. Jika kita berada dalam posisi debit berarti kita meminjam uang. Debit juga memiliki arti sebagai jumlah uang yang diambil dari rekening yang kita miliki.

Neraca Debit
Neraca debit adalah jumlah uang yang kita pinjam, contohnya di bank atau perusahaan yang mengeluarkan kartu kredit.

Kartu Debit
Kartu debit adalah kartu yang dikeluarkan oleh bank atau perusahaan finansial yang dapat digunakan untuk melakukan pembelian. Jumlah uang yang dibelanjakan diambil langsung dari rekening bank nasabah.

Diskon
Diskon adalah potongan harga suatu barang. Diskon 10% pada suatu barang berarti harga barang tersebut lebih murah 10% dari harga normal.

Pendapatan/Penghasilan
Pendapatan adalah gaji atau upah. Pendapatan kotor adalah jumlah uang yang dihasilkan sebelum dipotong oleh pengeluaran-pengeluaran yang bersifat administratif (dapat berbentuk potongan pajak atau potongan pensiun). Pendapatan bersih adalah jumlah uang yang tersisa dari pendapatan kotor setelah dipotong oleh pengeluaran-pengeluaran yang bersifat administratif.

Excess (Biaya Tambahan)
Excess adalah jumlah uang tertentu yang harus dibayar untuk klaim asuransi. Contohnya, jika kita memiliki polis asuransi dengan excess Rp1.000.000,00 maka kita diharuskan terlebih dahulu membayar Rp1.000.000,00 untuk setiap klaim agar perusahaan asuransi melakukan pencairan/pembayaran asuransi yang telah disepakati.

Nilai Tukar
Nilai tukar adalah nilai satuan mata uang suatu negara terhadap mata uang asing.

Pajak Penghasilan
Pajak berhubungan dengan penghasilan yang dimiliki oleh seseorang atau badan usaha. Semua orang diperbolehkan untuk mendapatkan sejumlah uang tanpa membayar pajak. Setiap orang memiliki kelonggaran pajak personal dan dapat meminta kelonggaran lain. Pajak penghasilan adalah pajak yang dibebankan pada semua bentuk pendapatan seseorang badan usaha yang di dalamnya terdapat beberapa kelonggaran. Besaran pajak adalah dalam bentuk persen dari pendapatan kena pajak. Semakin besar pendapatan kena pajak, maka semakin besar pula pajak yang harus dibayar.

Inflasi
Inflasi adalah rata-rata kenaikan harga barang dan jasa dalam kurun waktu tertentu. Ada beberapa cara yang

Rata-rata 100; Bunga 28; Tingkat Bunga 28; Persentase 27.

dapat digunakan untuk mengukur inflasi, misalnya IHK (Indeks Harga Konsumen) dan PDB (Produk Domestik Bruto).

Premi Asuransi
Premi asuransi adalah jumlah uang yang harus dibayarkan kepada perusahaan asuransi. Premi asuransi biasanya dibayar tahunan. *No claim bonus* adalah potongan bonus yang diberikan perusahaan asuransi jika tidak terjadi klaim asuransi dalam jangka waktu tertentu.

Pendapatan Investasi
Pendapatan investasi adalah uang yang diterima (berupa profit) dari investasi yang telah dilakukan dalam satu perusahaan, misalnya rekening tabungan dan surat berharga.

Hipotek
Hipotek adalah sejumlah uang (dalam jumlah besar) yang dipinjamkan oleh bank atau suatu institusi untuk membeli rumah atau bentuk properti lain (misalnya tanah). Uang tersebut harus dikembalikan (beserta bunganya) dalam jangka waktu tertentu sesuai perjanjian yang disepakati.

Uang Lembur
Uang lembur adalah uang yang dibayarkan untuk jam kerja yang melebihi waktu kerja normal. Uang lembur biasanya dibayarkan dengan besaran yang berbeda dengan besaran gaji normal.

Bayar Sesuai dengan Uang yang Dihasilkan
Sistem ini adalah sebuah skema pembayaran pajak penghasilan yang langsung dipotong/diambil dari pendapatan kotor seseorang sebelum uang tersebut diserahkan kepada yang bersangkutan.

Pensiun
Pensiun adalah pembayaran sejumlah uang kepada seseorang yang sudah habis masa bakti kerjanya. Perencanaan pensiun biasanya didanai dengan menggunakan pembayaran rutin yang dilakukan ketika status kerja seseorang masih aktif dan dibayarkan oleh perusahaan atau orang yang bersangkutan.

Pinjaman Pribadi
Pinjaman pribadi adalah sejumlah uang yang dipinjamkan kepada seseorang oleh suatu bank untuk digunakan dengan tujuan tertentu. Pinjaman tersebut dikenakan bunga.

Harga Satuan
Harga satuan adalah biaya pembayaran yang dihitung per setiap barang yang diproduksi atau diproses, contohnya banyaknya batu bata yang dipasang oleh seorang tukang. Tukang tersebut dibayar dengan menggunakan sistem *piece-work* (bayar per bagian).

Gaji
Gaji adalah uang yang dihasilkan dalam jangka waktu tertentu (biasanya dihitung dalam tahunan). Gaji biasanya dibagi menjadi 12 kali pembayaran dan dibayarkan setiap bulan.

Pajak Pertambahan nilai (PPn)
PPn adalah pajak yang dikenakan pada nilai suatu barang dan jasa, contohnya tagihan restoran. Jumlah pajak yang dibebankan berupa persen dari harga jual barang atau jasa. Besaran PPn ditentukan oleh pemerintah. Beberapa negara menerapkan pajak gabungan untuk pertambahan nilai barang dan jasa yang disebut *Value Added Tax* disingkat VAT.

Rekening Tabungan
Rekening tabungan adalah sebuah rekening yang memberikan bunga atas uang yang disimpan/ditabung.

Biaya Tetap
Biaya tetap adalah biaya yang dikenakan oleh perusahaan penyedia produk sehari-hari atas jasa yang diberikan perusahaan tersebut. Contohnya, tagihan PLN dapat dikategorikan sebagai biaya tetap ditambah dengan biaya penggunaan listrik yang digunakan.

Rekening Koran
Rekening koran adalah catatan transaksi yang dikeluarkan oleh bank atau perusahaan finansial yang menunjukkan transaksi-transaksi uang masuk dan transaksi-transaksi uang keluar dari suatu rekening. Rekening koran pada kartu kredit menunjukkan banyaknya pembayaran yang harus dilakukan oleh nasabah.

Pasar Saham (Bursa Efek)
Pasar saham adalah pasar yang digunakan untuk transaksi jual beli saham dan obligasi suatu perusahaan. Jika performa suatu perusahaan sedang baik, maka nilai sahamnya akan meningkat. Sebaliknya jika performa suatu perusahaan sedang menurun maka nilai sahamnya pun akan ikut turun.

Pajak
Pajak adalah uang yang dihimpun oleh pemerintah untuk kepentingan pembangunan dan penyediaan layanan publik, misalkan sekolah. Pajak terdiri dari beberapa jenis. Pajak diberlakukan bagi objek kena pajak. Pajak langsung dibebankan sebelum uang digunakan. Pajak penghasilan adalah salah satu bentuk pajak langsung. Pajak tidak langsung dibebankan setelah uang digunakan. Pajak penjualan merupakan salah satu bentuk pajak tidak langsung.

Surat Berharga
Surat berharga adalah surat yang dapat ditransaksikan oleh perusahaan investasi yang menginvestasikan sejumlah uang milik para nasabah dengan kepemilikan tertentu.

Tagihan Penggunaan
Tagihan penggunaan adalah tagihan yang dikenakan atas penggunaan pelayanan jasa kebutuhan sehari-hari seperti gas, listrik, dan PDAM. Tagihan penggunaan biasanya dibayar setiap minggu atau setiap bulan atau setiap kuartal.

Upah
Upah adalah uang yang dibayarkan atas suatu pekerjaan yang dilakukan dalam jangka waktu tertentu (biasanya pekerjaan yang sifatnya proyek/borongan). Upah biasanya dibayar per minggu atau per bulan atau ketika proyek selesai dikerjakan.

SIMBOL-SIMBOL MATEMATIKA

Simbol-simbol di bawah ini merupakan simbol-simbol matematika yang biasa digunakan dan harus dipahami. (huruf *n* dan *m* digunakan sebagai representasi dari sembarang nilai)

$+$ **Simbol penjumlahan**
(lihat halaman 14)
Contoh: $2 + 5 = 7$

$-$ **Simbol pengurangan**
(lihat halaman 14)
Contoh: $23 - 4 = 19$

$\times$ **Simbol perkalian**
(lihat halaman 14)
Contoh: $6 \times 5 = 30$

$\div$ **Simbol pembagian**
(lihat halaman 15)
Contoh: $45 \div 9 = 5$

$=$ **Simbol sama dengan**
(lihat halaman 79)
Contoh: $2 + 3 = 6 - 1$

n^2 **Bilangan kuadrat**
(lihat halaman 8 and 21)
Contoh: $4^2 = 4 \times 4$

n^3 **Bilangan kubik**
(lihat halaman 8 and 21)
Contoh: $3^3 = 3 \times 3 \times 3$

$\sqrt{n}$ **Akar pangkat dua**
(lihat halaman 11)
Contoh: $\sqrt{49} = 7$

$\sqrt[3]{n}$ **Akar pangkat tiga**
(lihat halaman 11)
Contoh: $\sqrt[3]{125} = 5$

$\%$ **Persen**
(lihat halaman 27-28)
Contoh: $\frac{1}{2} = 50\%$

$+n$ **Bilangan positif**
(lihat halaman 7)
Contoh: $2 \times 3 = 6$

$-n$ **Bilangan negatif**
(lihat halaman 7)
Contoh: $-3 \times -4 = -12$

$\pm n$ **Bilangan positif dan negatif** (lihat halaman 11)
Contoh: $\sqrt{16} = \pm 4$

$\dot{n}$ **Bilangan berulang**
(lihat halaman 19)
Contoh: $10 \div 3 = 3.\dot{3}$

$n : m$ **Perbandingan**
(lihat halaman 24–26)
Contoh: $3 : 2$

$\propto$ **Berbanding lurus dengan**
(lihat halaman 25–26)

n° **Derajat**
(lihat halaman 32-33)
Contoh: Sudut pada sebuah lingkaran $= 360^\circ$

π **Pi** (lihat halaman 66)
yaitu 3.141 592 654...

$\angle$ **Sudut**
(lihat halaman 32-33)
Contoh: Sudut siku-siku 90°

$\urcorner$ **Siku-siku**
(lihat halaman 32)

α **Sudut *alfa***
(lihat halaman 60)

θ **Sudut *theta***
(lihat halaman 60)

$\equiv$ **Simbol identitas**
(lihat halaman 75)
Contoh: $3x \equiv 5x - 2x$

$<$ **Kurang dari**
(lihat halaman 90)
Contoh: $1 < 3$

$>$ **Lebih dari**
(lihat halaman 90)
Contoh: $3 > 1$

$\leqslant$ **Kurang dari atau sama dengan** (lihat halaman 90)

$\geqslant$ **Lebih dari atau sama dengan**
(lihat halaman 90)

$\neq$ **Tidak sama dengan**
(lihat halaman 90)
Contoh: $3 \times 2 \neq 4$

$\approx$ **Mendekati nilai**
(lihat halaman 72)
Contoh: $100 \div 9 \approx 11$

Σ **Jumlah dari**
(lihat halaman 14 dan 101)
Contoh: $\Sigma(1, 2, 3) = 6$

$\bar{n}$ **Rata-rata dari**
(lihat halaman 101)

$\{n\}$ **Himpunan** (lihat halaman 12–13)
Contoh: himpunan A = {3, 5, 8} dan himpunan B = {1, 2, 3}

$\in$ **Anggota dari himpunan**
(lihat halaman 12)
Contoh: $3 \in \{3, 5, 8\}$

$\notin$ **Bukan anggota dari himpunan** (lihat halaman 12)
Contoh: $4 \notin \{3, 5, 8\}$

ξ **Himpunan semesta**
(lihat halaman 12)
Contoh: $\xi = \{\{A\}\{B\}\{...\}\}$

$\varnothing$ atau $\{\}$ **Himpunan kosong**
(lihat halaman 12)

$\cup$ **Gabungan** (lihat halaman 13)
Contoh: $\{3,5,8\} \cup \{1,2,3\} = \{1, 2, 3, 5, 8\}$

$\cap$ **Irisan** (lihat halaman 13)
Contoh: $\{3,5,8\} \cap \{1,2,3\} = \{3\}$

INDEKS

Daftar halaman yang ada pada penulisan indeks terdiri dari dua jenis, yaitu yang dicetak tebal (contohnya: 9.2) yang menunjukkan definisi utama dari huruf-huruf yang dapat dicari dan yang ditulis dengan cetakan biasa (contoh: 9.2) yang menunjukkan entri tambahan. Bentuk tunggal, singkatan dan symbol dituliskan di dalam tanda kurung setelah indeks. Jika suatu halaman diikuti oleh huruf yang berada di dalam kurung, berarti indeks huruf dapat ditemukan di dalam definisi yang ditunjukkan.

Q

R

S